

درسنامه آمادگی آزمون

۱۴ آذر

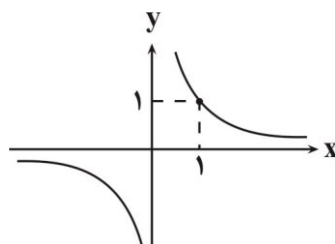
دوازدهم ریاضی

مدیر تولید: بابک نهرینی

در این درس با رفتار برخی دیگر توابع در همسایگی محذوف یک نقطه آشنا می‌شویم.

* به جدول و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ دقت کنید:

x	۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۱		۰
f(x)	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰		تعریف نشده



راهنمای ۱: همانطور که مشاهده می‌کنید هر چه مقدار x را کوچک‌تر کرده و به صفر نزدیک کنیم، خروجی تابع بدون محدودیتی بزرگ و بزرگتر می‌شود و مقدار آن به عدد خاصی نزدیک نمی‌شود. بنابراین طبق تعریف حد که در درس‌های گذشته آموختیم حد این تابع در صفر تعریف نشده است. همسایگی چپ و راست صفر را بررسی کرده‌ایم و باز مقدار تابع کوچک و کوچکتر می‌شود و به عدد خاصی نزدیک نمی‌شود و چون مقدار تابع بزرگتر می‌شود و برای این جنس حدود تعریف نشده و برای آنها صرف نماد $+\infty$ یا $-\infty$ را لحاظ می‌کنیم.

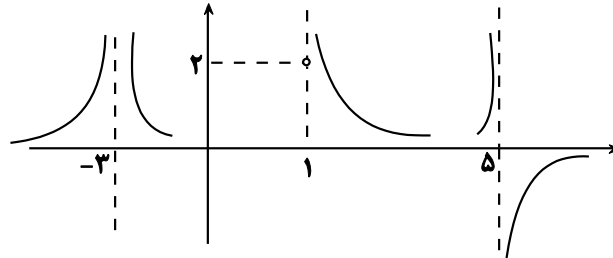
تعریف حدودی نامتناهی: اگر f در همسایگی محذوف $x=a$ تعریف شده باشد می‌گوییم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ هرگاه به اندازه کافی نزدیک شدن x به a ، $f(x)$ بتواند از هر عدد مثبت دلخواهی بزرگتر شود.

به صورت مشابه اگر f در همسایگی محذوف $x=a$ تعریف نشده باشد می‌گوییم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ هرگاه با اندازه کافی نزدیک شدن x به a ، $f(x)$ از هر عدد دلخواهی کوچک‌تر شود.

نکته ۱: توجه داشته باشید، $f(x)$ در $x=a$ وجود ندارد.

نکته ۲: اگر هم‌زمان $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$ می‌گوییم $\lim_{x=a} f(x) = \pm\infty$.

مثال: با توجه به نمودار روبه‌رو، تابع در کدام نقاط راست یا چپ نامتناهی دارد؟



پاسخ:

$$x = -3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = +\infty$$

$$x = +1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{وجود ندارد}$$

$$x = 5 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = +\infty$$

در نقطه $x = -3$ حد راست و چپ نامتناهی و هر دو برابر $+\infty$ هستند، در $x = 5$ حد راست برابر $-\infty$ و حد چپ برابر $+\infty$ است.

برخی از قضایای حدهای بی‌نهایت:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} \text{عدد زوج باشد} & +\infty \\ \text{عدد فرد باشد} & -\infty \end{cases} \quad \text{قضیه ۱:}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty \quad \text{قضیه ۲:}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

راهنما: برای همین قضیه در مثال قبل نمی‌توانستیم بگوییم که در $x = 5$ ، $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ برابر $+\infty$ یا $-\infty$

است چون حدهای راست و چپ آن متفاوت است.

$$\text{قضیه ۳: اگر } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \text{ آنگاه:}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty \text{ اگر } L > 0 \text{ و } g \text{ در همسایگی } a \text{ مثبت باشد. (الف)}$$

ب) اگر $L < 0$ و g در همسایگی a مثبت باشد. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

ج) اگر $L > 0$ و g در همسایگی a منفی باشد. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

د) اگر $L < 0$ و g در همسایگی a منفی باشد. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$

به صورت شماتیک داریم:

$$\frac{\text{عدد منفی}}{+} = -\infty, \frac{\text{عدد مثبت}}{+} = +\infty, \frac{\text{عدد مثبت}}{-} = -\infty, \frac{\text{عدد منفی}}{-} = +\infty$$

قضیه ۴: عکس قضیه ۳ نیز برقرار است:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

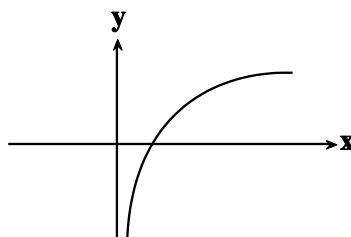
قضیه ۵: اگر $L > 0$ و حدهای زیر برقرار باشد.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L, \lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = +\infty \end{aligned}$$

تذکر: این قضیه برای حالتی که $L = 0$ است برقرار نیست و مشابه رفع ابهام $\div$ باید رفع ابهام شود که بسته به شرایط ۳ جواب دارد:

$$\begin{cases} 0 \times \infty = L \\ 0 \times \infty = 0 \\ 0 \times \infty = \infty \end{cases}$$

قضیه ۶: به نمودار $\log_a^x$ توجه کنید:



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a^x = -\infty \quad a > 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a^x = +\infty \quad 0 < a < 1$$

مجانِب قائم: خط $x=a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد.

$$۱) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

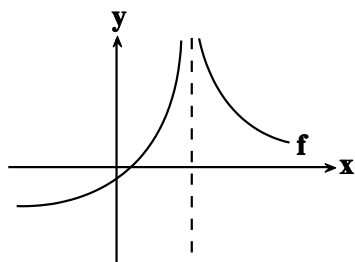
$$۳) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

راهنمایی: در تابع مثال قبل $(y = \log_a^x)$ خط $x=0$ مجانب قائم این تابع است و یا در تابع $y = \frac{1}{x}$ ، خط $x=0$

مجانِب قائم این تابع است.

مثل: شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x^2+bx+4}$ است مقادیر a و b چگونه اند؟



$$(۱) \quad a < 0 \text{ و } b = 4$$

$$(۲) \quad a < 0 \text{ و } b = -4$$

$$(۳) \quad a > 0 \text{ و } b = 4$$

$$(۴) \quad a > 0 \text{ و } b = -4$$

پاسخ: گزینه «۴»

$$f(x) = \frac{a}{4} \xrightarrow{\text{طبق نمودار}} f(0) > 0 \Rightarrow \frac{a}{4} > 0 \Rightarrow a > 0$$

f یک مجانب قائم دارد که حول مجانب قائم هر دو طرف $x=\infty$ شده است پس مخرج ریشه مضاعف

به فرم $(x+a)^2$ و این مجانب در x های مثبت است پس $b=-4$

۵ سؤال و پاسخ برای تسلط بیشتر روی این موضوع:

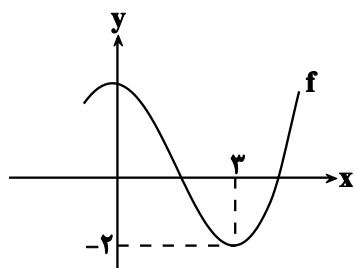
(۱) مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{2}} \frac{-10x - 5 + [\frac{3}{x^2}]}{16x - [\frac{-2}{x^2}]}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است) (آزمون قلم‌چی)

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

(۲) اگر $f(x) = 2 + 2^{-x}$ و $g(x) = \log_2(x-1)$ ، آنگاه مجانب قائم تابع $y = (f \circ g)x$ کدام خط زیر است؟ (آزمون قلم‌چی)

- (۱) $x=0$ (۲) $x=1$ (۳) $x=2$ (۴) مجانب قائم ندارد

(۳) شکل زیر قسمتی از نمودار $f(x)$ است حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{+1-x}{f(x)+2}$ برابر است با: (آزمون قلم‌چی)



(۱) $-\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $+\infty$

(۴) $-\infty$

(۴) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد $a+b$ کدام است؟ (کنکور)

- (۱) -1 (۲) صفر (۳) 1 (۴) 2

(۵) به ازای چه تعداد برای a ، تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + ax}$ دارای ۲ مجانب قائم است؟ (قلم‌چی)

- (۱) 4 (۲) 2 (۳) 1 (۴) صفر

پاسخ ۱: گزینه «۱»:

(۱) ابتدا عبارت جزء صحیح را تعیین مقداری می‌کنیم وقتی $x \rightarrow \frac{-1}{2}$ داریم:

$$x < \frac{-1}{2} \rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x^3}{x^2} < 12 \Rightarrow 11 < \frac{3}{x^2} < 12 \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 11 \\ \frac{x-2}{x^2} > -8 \Rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{1 \cdot x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[\frac{-2}{x^2}\right]} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{1 \cdot x - 5 + 11}{16x - (-x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{1 \cdot x + 6}{16x + x} = \frac{-5 + 6}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

پاسخ ۲: گزینه «۲»

(۲) تابع fog را تشکیل می‌دهیم.

$$f(x) = 2 + 2^{-x}, g(x) = \log_2(x-1) \Rightarrow f \circ g(x) = f(\log_2^{x-1})$$

$$= 2 + 2 - \log_2^{x-1} = 2 + (x-1)^{-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$

$$\text{مجاذب قائم: } x-1=0 \rightarrow x=1$$

پاسخ ۳: گزینه «۱»:

(۳) با توجه به نمودار $f(3) = -2$ و در نتیجه حاصل حد عبارت مخرج صفر است. وقتی x به ۳ میل

می‌کند مقادیر تابع f بزرگتر از -2 است بنابراین $f(x) > -2$ و در نتیجه $f(x) + 2 > 0$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-x}{f(x)+2} = \frac{1-3}{0^+} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

پاسخ ۴ «گزینه ۲»:

(۴) چون $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{x^2 + ax + b}$ است پس باید مخرج تابع در همسایگی $x=2$ مثبت و به ازای $x=2$ صفر شود

یعنی $x^2 + ax + b$ باید ریشه مضاعف $x=2$ داشته باشد و در نتیجه:

$$x^2 + ax + b = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow a = -4, b = 4 \Rightarrow a + b = 0$$

پاسخ ۵ «گزینه ۲»:

(۵)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + ax} \rightarrow x^2 + ax = 0 \Rightarrow x(x^2 + a) = \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -a \Rightarrow a < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = -\sqrt{-a} \\ x = \sqrt{-a} \end{matrix}$$

مخرج تابع دارای ۳ ریشه صفر و $\sqrt{-a}$ و $-\sqrt{-a}$ است و برای آنکه تابع دارای تابع دارای ۲ ریشه مخرج باشد یکی از آنها باید برابر ریشه صورت باشد.

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$x=1, x=2 = \begin{cases} x = \sqrt{-a} = 1 \Rightarrow a = -1 \\ x = \sqrt{-a} = 2 \Rightarrow a = -4 \end{cases}$$

سلام بچه‌ها! وارد فصل هندسه ۳ شدیم یعنی تقاطع مخروطی.

رویه مخروطی: فرض کنید دو خط L و d نه نقطه A متقاطع (و غیر عدد) باشند. سطح حاصل از دوران خط d و L را یک رویه مخروطی می‌نامیم. که L محور و A رأس و d مولد این سطح مخروطی می‌باشد.

فصل مشترک صفحه با سطح مخروطی:

- (۱) اگر صفحه بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.
- (۲) اگر صفحه p بر محور L عمود نباشد و با مولد d هم موازی نباشد و تنها یکی از دونیمه را قطع کند، سطح حاصل یک بیضی خواهد.
- (۳) اگر صفحه p با d موازی باشد و از رأس مخروط عبور نکند، فصل مشترک آن‌ها یک سهمی است.
- (۴) اگر صفحه p هر دو تکه بالایی و پایینی را قطع کند و شامل محور L نباشد، فصل مشترک را هذلولی می‌نامیم.

حالا میریم سراغ مفهومی به نام مکان هندسی و کاربردهای آن

مکان هندسی = مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آن‌ها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه‌ای آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد!

به عنوان مثال با مکان هندسی نیمساز و عمودمنصف هر هندسه آشنا شدی.

دایره: مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از نقطه O به فاصله ثابت O قرار دارند.

* مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۲ هستند دو خط راست موازی d به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن است

کاربرد مکان هندسی: یکی از مهم‌ترین کاربردهای مکان هندسی، ترسیم‌های هندسی و یافتن نقطه یا نقاطی است که دارای ویژگی معینی باشد.

مثال: نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳cm باشد.

حل: برخورد عمود منصف AB دو خط d' و d'' (۲ خط موازی است و به فاصله ۳cm از آن) پاسخ مسئله است

حالا بریم سراغ حل تست

تست (۱)

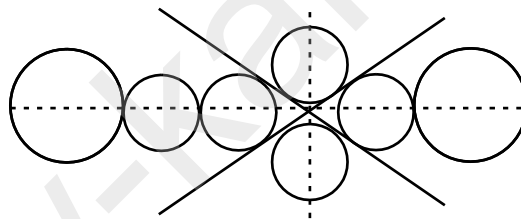
دو خط L و L' در یک صفحه با هم زاویه 60° می‌سازند. مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر هر دو خط مماس‌اند کدام است؟

(۱) دو خط متقاطع با زاویه بین 30° (۲) دو خط عمود برهم

(۳) دایره‌ای به مرکز محل تقاطع دو خط L و L' (۴) ۴ نقطه در صفحه

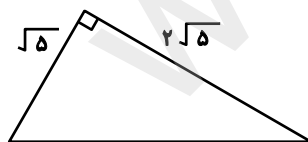
پاسخ: گزینه «۲»

مرکز دایره‌هایی که بر ۲ خط متقاطع مماسند، روال نیمسازهای داخلی و خارجی قرار می‌گیرند پس ۲ خط عمود بر هم



تست (۲)

چند نقطه درون مثلث قائم الزاویه شکل زیر وجود دارد که فاصله آن از رأس قائمه و وتر برابر ۱ باشد؟



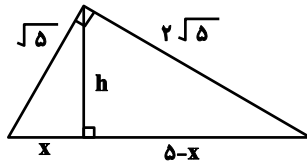
(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

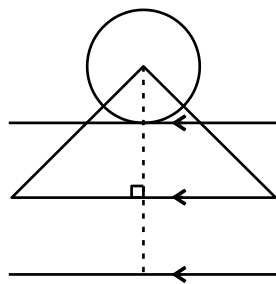
(۴) چهار

پاسخ: گزینه «۱»



$$(\sqrt{\Delta})^2 = \Delta x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow h^2 = 1x(\Delta - 1) \Rightarrow h = 2$$

اکنون به مرکز رأس قائم (شعاع) دایره‌ای رسم می‌کنیم و دو خط به موازات وتر و به فاصله از آن رسم می‌کنیم. چون طوا ارتفاع وارد بر وتر ۲ است پس ۱ نقطه تقاطع خواهیم داشت.



تست (۳)

چند تا از مکان هندسی‌های زیر تهی هستند (تهی می‌توانند باشند)؟

الف- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع L و L' به یک فاصله از Δ به فاصله ۲ است.

ب- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۲ و از A و B به یک فاصله باشند.

ج- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط موازی d و d' به یک فاصله و از M به فاصله Δ باشد.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

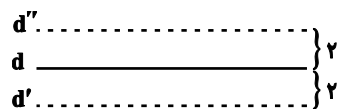
۱) ۱

پاسخ:

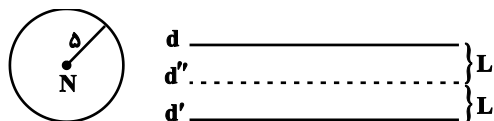
گزینه «۲»

الف- مکان هندسی حاصل از تقاطع دو نیمساز عمود برهم و دو خط موازی می‌باشد هرگز نمی‌تواند تهی باشد.
(در بهترین حالت اگر $L \parallel \Delta$ ، آن $L' \perp \Delta$ و بنابراین متقاطع)

ب- اگر عمود منصف AB یک خط موازی d و d' و غیر منطبق مجموعه جواب تهی است.



پ- مطابق شکل دایره و خط d'' نقطه مشترک ندارد پس تهی است.



تست (۴)

دو خط d_1 و d_2 متقاطع اند و زاویه بین آن‌ها 45° است. چند نقطه در صفحه است که از هر دو خط به فاصله ۵ باشد؟

۴ (۴)

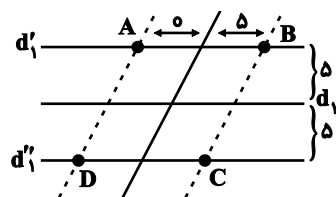
۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

پاسخ:

گزینه «۴»



تست (۵)

چند نقطه وجود دارد که از A و B به یک فاصله باشد و از M روی AB (نه وسط آن‌ها) به فاصله ۲ باشد؟
 $AB = 5$ (به شکل توجه کنید)

۳ (۴)

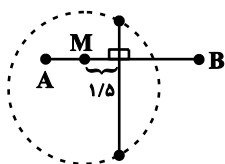
۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ:

گزینه «۱»



اگر یادتان باشد درباره معادله هم‌نهشتی صحبت کرده بودیم. حالا می‌خوایم بریم سراغ معادلات سیاله و کاربردهای آن

تعریف: هرگاه بخواهیم جواب‌های معادله $ax + by = c$ یعنی x و y را در اعداد صحیح بیابیم و $a, b, c \in \mathbb{Z}$ در این صورت معادله مذکور $(ax + by = c)$ را یک معادله سیاله درجه اول یا خطی می‌نامیم.

می‌توانیم معادله سیاله را به معادله هم‌نهشتی تبدیل کنیم می‌پرسین چه جوری؟

$$ax + by = c \Rightarrow ax - c = (-b)y \Rightarrow -b \mid ax - c \Rightarrow b \mid ax - c$$

$$\Rightarrow ax \equiv c \pmod{b} \text{ یا } ax \equiv c \pmod{|b|} \text{ یا } ax \equiv c \pmod{b} \text{ (if } b > 0 \text{), } ax \equiv c \pmod{b} \text{ (if } b < 0 \text{)}$$

و به طریق مشابه می‌توان نوشت:

$$by \equiv c \pmod{a} \text{ , } by \equiv c \pmod{a}$$

نکته: شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ جواب داشته باشد آن است که $(a, b) \mid c$

(مثال) به چند طریق می‌توان ۱۸۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟

حل: x را تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ و y را ۵۰۰۰ تومانی در نظر می‌گیریم پس باید جواب‌های نامنفی معادله زیر را پیدا کنیم:

$$2000x + 5000y = 18000 \Rightarrow 2x + 5y = 18 \Rightarrow 2x \equiv 18, 18 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$2x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 4$$

$$2(5k + 4) + 5y = 18 \Rightarrow 10k + 8 + 5y = 18 \Rightarrow 10k + 5y = 10$$

$$\Rightarrow y = -2k + 2$$

$$k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}, k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 0 \end{cases}$$

پس فقط به ازای ۱ و $k=0$ برای x و y جوابها نامنفی هستند.

پس به دو طریق امکان تبدیل ۱۸۰۰۰ تومان به اسکناسهای ۵۰۰۰ تومانی وجود دارد.

حالا بریم سراغ حل تست

تست (۱)

یک آزمون ۸۲ تستی را با تعدادی دختر و پسر برگزار می‌کنیم به طوری که به هر پسر ۷ تست و به هر دختر ۴ تست برای حل برسد. کمترین تعداد افراد مورد نیاز کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

پاسخ:

گزینه «۱»

x : پسرها

y : دخترها

$$7x + 4y = 82$$

$$7x \equiv 82 \Rightarrow 7x \equiv 82 \Rightarrow 3x \equiv 2 \equiv 6$$

$$\xrightarrow[\div 3]{(3,4)=1} x \equiv 2 \Rightarrow x = 4k + 2$$

اگر x را در معادله اولیه جایگذاری کنیم داریم:

$$y = -7k + 17$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \\ y \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{17}{7} \end{array} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0 \text{ یا } k = 1 \text{ یا } k = 2$$

پس:

$$x=2, y=17 \Rightarrow x+y=19$$

$$x=6, y=10 \Rightarrow x+y=16$$

$$x=10, y=3 \Rightarrow x+y=13$$

تست (۲)

اگر $x=a$ بزرگترین عدد ۲ رقمی باشد که در معادله سیاله $ax + 5y = 120$ صدق می‌کند، آنگاه باقیمانده a^{1403} بر ۴؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ:

گزینه «۳»

$$9x + 15y = 12 \Rightarrow 3x + 5y = 4$$

$$3x \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k, k \in \mathbb{Z}$$

پس $a_{\max} = 95$ پس داریم.

$$a^{1403} \equiv 95^{1403} \xrightarrow{95 \equiv -1} a^{1403} \equiv (-1)^{1403} \equiv -1 \equiv 3$$

تست (۳)

مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی سه رقمی x که در $12x + 5y = 113$ صدق می‌کند، کدام است؟

(۴) ۲۷

(۳) ۲۶

(۲) ۲۵

(۱) ۲۴

پاسخ:

گزینه «۴»

$$12x + 5y = 113 \Rightarrow 12x \equiv 113 \pmod{5} \Rightarrow 12x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 2x \equiv 3 \pmod{5} \xrightarrow{\div 2} x \equiv 4 \pmod{5}$$

$$x \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 4 (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = 5 \times 199 + 4 = 999 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 27$$

تست (۴)

به ازای چند m دو رقمی، معادله $6x + 21y = m^2 + 2$ دارای جواب است؟

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ:

گزینه «۳»

$$(a, b) | c$$

$$(6, 21) | m^2 + 2$$

$$3 | m^2 + 2 \Rightarrow m^2 + 2 \equiv 0 \Rightarrow m^2 \equiv -2 \equiv 1$$

پس اگر m مضرب ۳ نباشد معادله دارای جواب است یعنی:

$$\left[\frac{99}{3}\right] - \left[\frac{9}{3}\right] = 30 \Rightarrow 90 - 30 = 60$$

تست (۵)

به چند روش می توان با ۴۱۰ لیتر شیر، ظرف های ۵ و ۷ را جوری پر کرد که حداکثر ۷۰ ظرف استفاده نشود؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ:

گزینه «۴»

$$5x + 7y = 410$$

$$7y \equiv 410 \Rightarrow y \equiv 0 \Rightarrow y = 5k \Rightarrow x = -7k + 82$$

$$x + y \leq 70 \Rightarrow 2k \geq 12 \Rightarrow k \geq 6$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow k \leq 11 \\ y \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 \leq k \leq 11$$

* آشنایی با حرکت اجسام ، که به آن حرکت شناسی یا سینماتیک نیز گفته می شود ، در بیشتر شاخه های مهندسی کاربرد دارد ، برای مثال مدت زمان رسیدن تندی خودرو از صفر به 100 km/h ، طراحی و ساخت باند فرودگاه ها برای برخواستن هواپیما چه مسافتی را باید طی کند و

* ساده ترین نوع حرکت ، حرکت بر خط راست است .

شناخت حرکت

* مسافت طی شده (l) : طول ردپای متحرک یا طول مسیر حرکت (جهت حرکت مهم نیست) .

* جابجایی (Δx) : برداری است که ابتدا و انتهای مسیر را به یکدیگر وصل میکند (جهت حرکت مهم) .

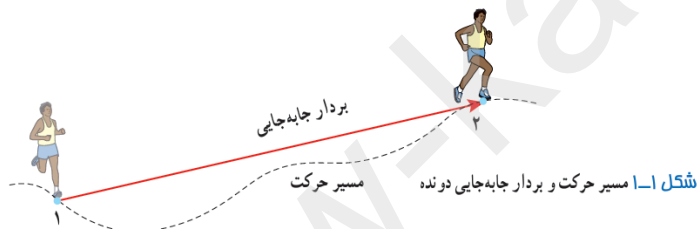
* مسافت طی شده کمیتی **نرده ای** و جابجایی کمیتی **برداری** است .

= متحرک تغییر جهت ندهد

< متحرک تغییر جهت دهد

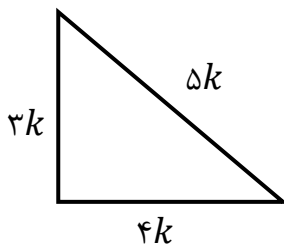
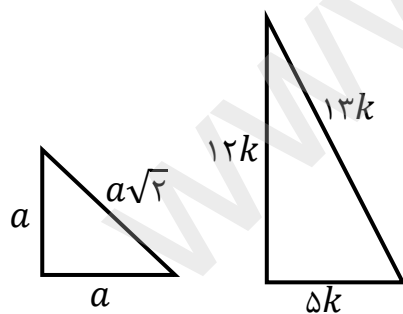
$$(\Delta x) \leq (l)$$

* با توجه به تعاریف گفته شده :



* برای تعیین جابجایی خوب است ۴

نکته زیر را از هندسه بدانیم :



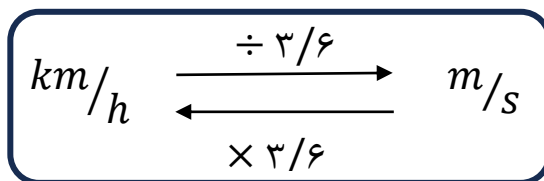
$$\text{در سه بعد} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

سرعت متوسط و تندی متوسط

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

* تندی متوسط کمیتی نرده ای و سرعت متوسط کمیتی برداری است و یکای آنها در SI ، m/s که میتوان آنرا بر حسب یکای دلخواه دیگری مانند km/h نیز بیان کرد.

$\frac{m}{s}$	$\frac{km}{h}$
۵	18
۱۰	36
۱۵	54
۲۰	72
۲۵	90
۳۰	108



* تبدیل یکا :

متحرک تغییر

جهت ندهد

$$(V_{av}) \leq (S_{av})$$

* با توجه به تعاریف گفته شده :

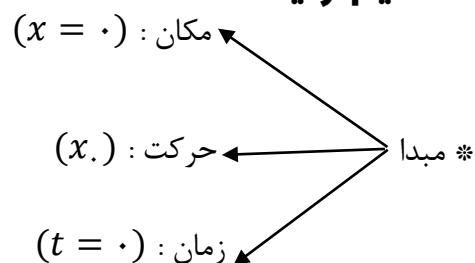
متحرک تغییر جهت دهد

* واحد شناسی :

- $1 \frac{m}{s}$ - در هر ثانیه متحرک یک متر در خلاف جهت محور x حرکت خواهد کرد .
- $4 \frac{m}{s}$ در هر ثانیه متحرک چهار متر در جهت محور x حرکت خواهد کرد .

* بردار مکان : برداری است که مبدا محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می کند .

مفاهیم اولیه



* هرگاه هر پارامتری ثابت باشد ، لحظه ای آن و متوسط آن با هم برابر است .

* حرکت با تندی ثابت می تواند شتابدار باشد ، مثلا حرکت روی یک منحنی یا دایره ولی حرکت با سرعت ثابت همواره شتابش صفر است . (بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است)

* به طور کلی جهت حرکت یک متحرک علامت سرعت آن را تعیین می کند نه مکان متحرک را ، به عنوان مثال متحرکی می تواند در مکان های مثبت باشد ولی سرعت منفی داشته باشد و بالعکس .

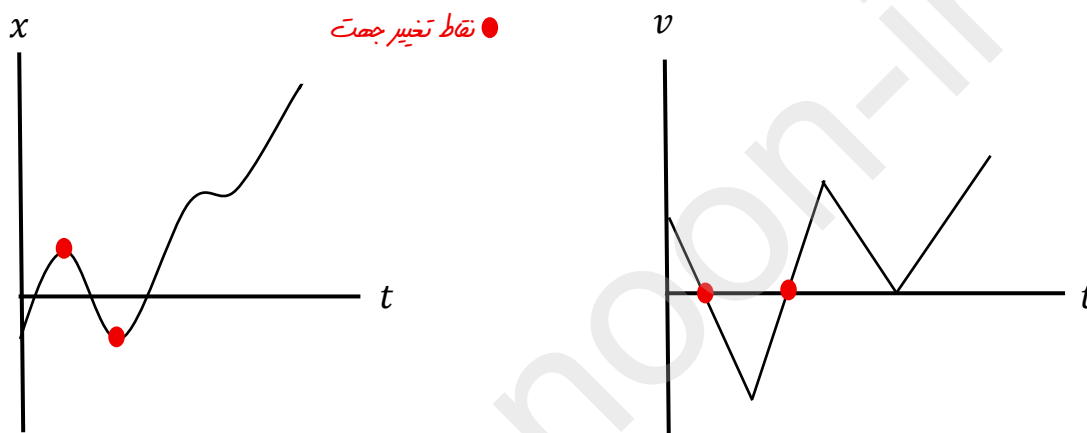
* به طور کلی هرگاه $v \times x$ مثبت شد ، متحرک در حال دور شدن از مبدا مکان است و اگر منفی شد این متحرک در حال نزدیک شدن به مبدا مکان است .

* تغییر جهت حرکت دو شرط دارد :

(۱) سرعت در آن نقطه صفر شود .

(۲) علامت سرعت در آن نقطه تغییر کند .

* تغییر جهت را در دو نمودار بررسی می کنیم :



* جهت برادر مکان ، یعنی علامت x عوض شده و متحرک از $(x = 0)$ گذر کرده .

* وقتی یک پارامتر را در ثانیه m ام می خواهیم یعنی :

$$(m - 1) < x < m$$

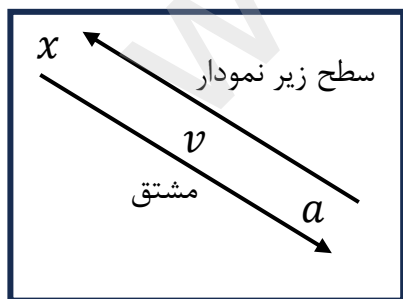
• جابجایی در ثانیه سوم : ۲ - ۳

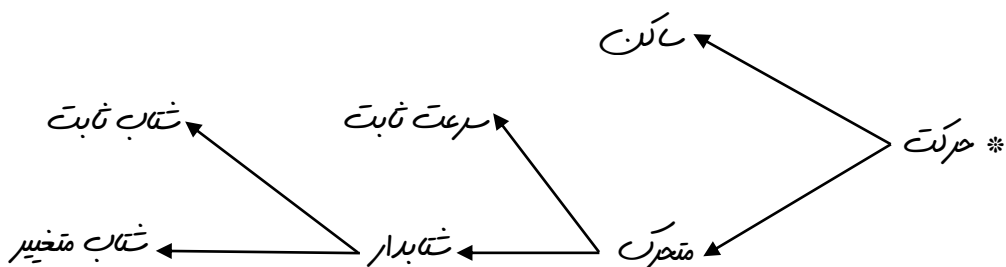
* نحوه تبدیل n ثانیه m ام به زبان ساده :

$$n(m - 1) < x < n.m$$

• یک و نیم ثانیه سوم : ۳ - ۴/۵

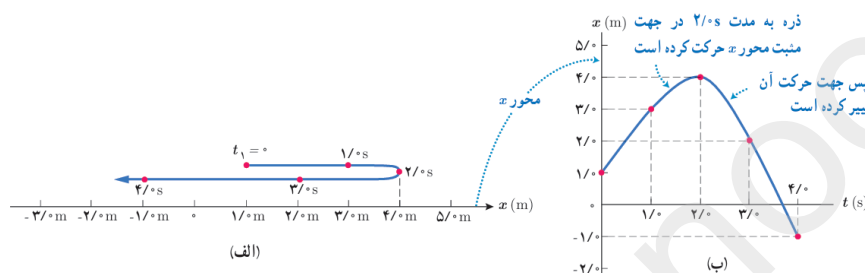
* در حرکت شناسی داریم :





نمودار مکان - زمان

برای توصیف حرکت جسم می توان از نمودار مکان - زمان استفاده کرد که مکان متحرک را در زمان های مشخص نشان می دهد .



شکل ۱۴ الف) مسیر حرکت ذره در امتداد محور x ، ب) نمودار مکان - زمان متحرک

* نمودار $(x - t)$ یک

تابع پیوسته و بدون نقطه نوک تیز است و نباید نقطه ای با شیب خط مماس بی نهایت یعنی مماس قائم داشته باشد .

* در نمودار $(x - t)$: شیب خط واصل = سرعت متوسط ، شیب خط مماس = سرعت لحظه ای را نشان می دهد .

* توجه داشته باشید که نمودار $(x - t)$ نشان دهنده مسیر حرکت نیست بلکه مکان متحرک را در هر لحظه رو محور عمود مشخص می کند .

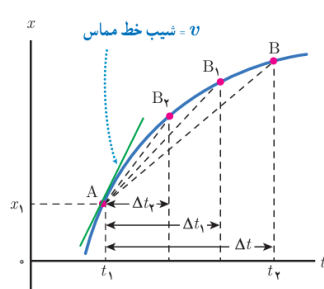
سرعت لحظه ای و تندی لحظه ای

* تندی متحرک را در هر لحظه ای تندی لحظه ای می نامیم و اگر هنگام گزارش تندی به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود در واقع سرعت لحظه ای که کمیتی برداری است را بیان می کنیم .

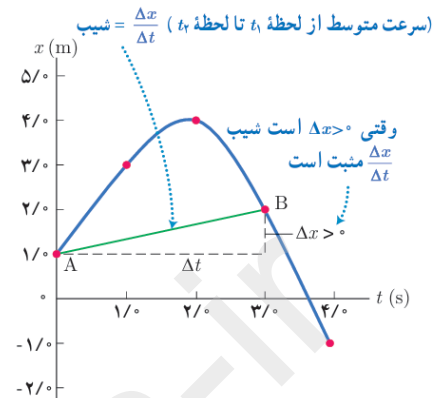


شکل ۱-۴ عقربه تندیسنج، تندی لحظه ای خودرو را نشان می دهد و هیچ گونه اطلاعی در خصوص جهت حرکت خودرو به ما گزارش نمی کند.

توجه : واژه لحظه در فیزیک با کاربرد محاوره ای آن در زندگی روزمره متفاوت است. همه ما ممکن است عبارت «لطفاً کمی صبر کن. تنها یک لحظه طول می کشد» را در موارد زیادی به کار ببریم که منظور یک بازه زمانی کوتاه، مثلاً چند ثانیه یا چند دقیقه است. ولی در فیزیک یک لحظه به هیچ وجه طول نمی کشد؛ لحظه به یک تک مقدار از زمان اشاره دارد.



شکل ۱-۵ با کوچک شدن تدریجی Δt ، نقطه B به نقطه A نزدیک می شود. در این صورت خط واصل بین این دو نقطه، در حالتی که بازه زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، به خط مماس بر منحنی در نقطه A میل می کند. به این ترتیب شیب این خط، برابر با سرعت متحرک در لحظه t_1 است.

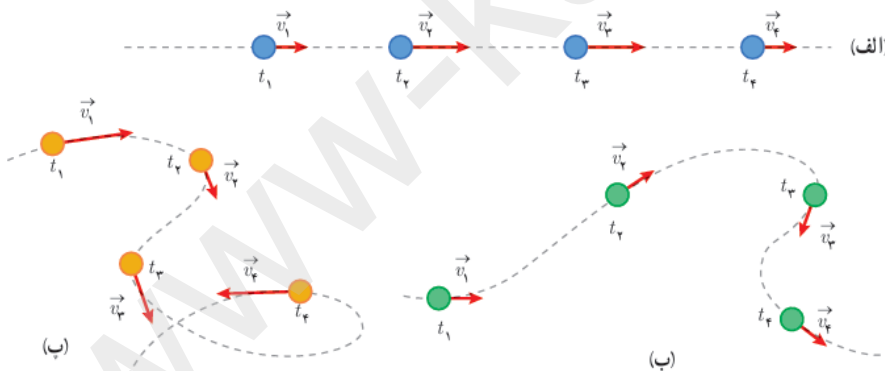


شکل ۱-۵ سرعت متوسط بین دو لحظه $t_1 = 0$ و $t_2 = 3$ s

شتاب متوسط و شتاب لحظه ای

* هرگاه سرعت جسمی تغییر کند حرکت آن شتاب دار است ، باتوجه به اینکه بردار سرعت در هر لحظه بر مسیر حرکت مماس است ، تغییر سرعت

می تواند به دلیل (۱) تغییر اندازه سرعت (تندی) (۲) می تواند به دلیل تغییر جهت بردار سرعت آن باشد (۳) تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت باشد .

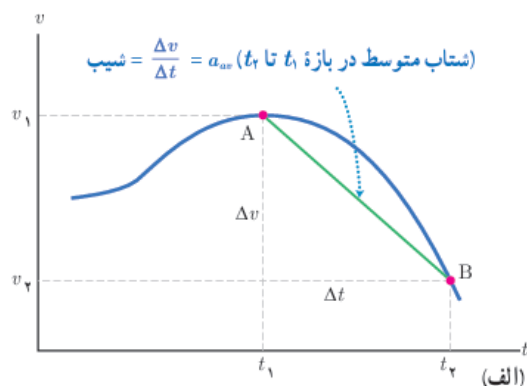


شکل ۱-۸ وقتی سرعت جسمی (الف)

به دلیل تغییر اندازه آن، (ب) به دلیل تغییر جهت آن و (پ) به دلیل تغییر اندازه و جهت آن تغییر کند، حرکت جسم شتاب دار است.

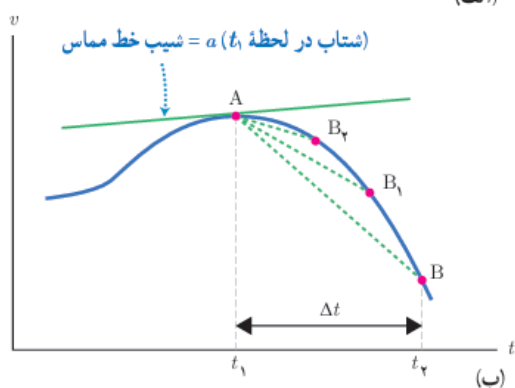
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

نمودار سرعت - زمان



* در نمودار $(v - t)$: شیب خط واصل = شتاب
متوسط، شیب خط مماس = شتاب لحظه ای را نشان می دهد.

حرکت با سرعت ثابت



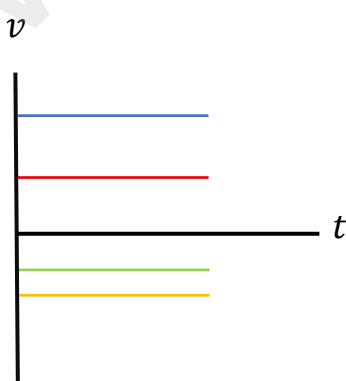
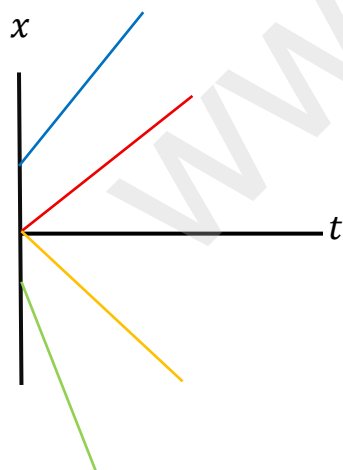
* ساده ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است،
 در این نوع حرکت اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است.

* در حرکت با سرعت ثابت شیب نمودار مکان - زمان ثابت است و سرعت لحظه ای با متوسط برابر است.

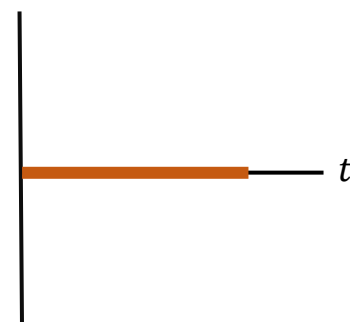
شکل ۱-۹ (الف) شتاب متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2
 (ب) شتاب متحرک در لحظه t_1

$$x = vt + x_0$$

معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت



* نمودارها در حرکت با سرعت ثابت :



حرکات چند مرحله ای

(۱) تقسیم زمانی :

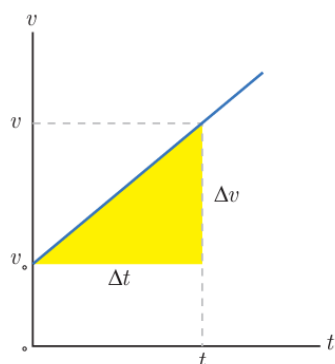
$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} \quad v_{av} = \frac{\Delta t_1 \cdot v_1 + \Delta t_2 \cdot v_2 + \Delta t_3 \cdot v_3 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots}$$

(۲) تقسیم مسافتی :

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \frac{\Delta x_3}{v_3} + \dots}$$

(۳) تقسیم مسافتی و زمانی : از داخلی ترین تقسیم شروع به حل می کنیم و مابقی مانند مورد ۱ و ۲ .

حرکت با شتاب ثابت

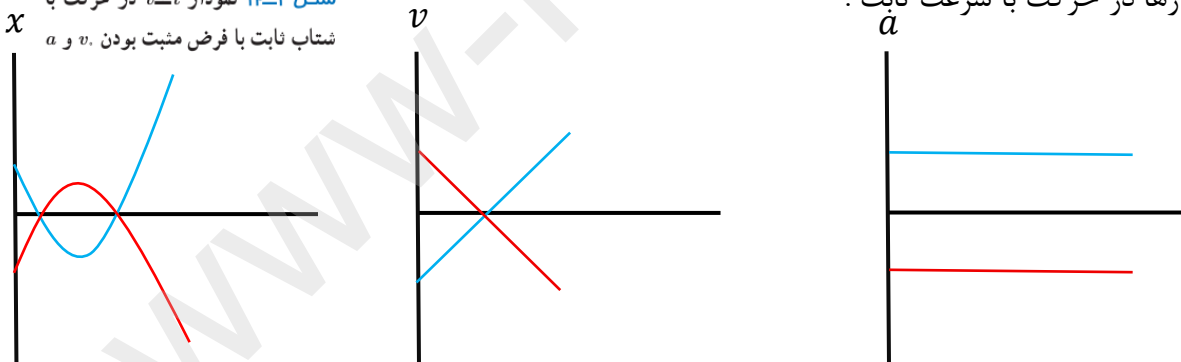


* در حرکت با شتاب ثابت شیب نمودار سرعت _ زمان ثابت است و شتاب لحظه ای با متوسط برابر است .

* هرگاه شتاب متحرکی در لحظه های مختلف یکسان باشد میگوییم حرکت این متحرک شتاب ثابت است .

* نمودارها در حرکت با سرعت ثابت :

شکل ۱۲-۱ نمودار $v-t$ در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن v و a



* نقطه عطف نقطه ای است که تغير نمودار در آن عوض شده و علامت شتاب در آن تغییر می کند و در آن نقطه شتاب صفر است .

$v = at + v_0$	معادله سرعت _ زمان در حرکت با شتاب ثابت
$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}$	معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت

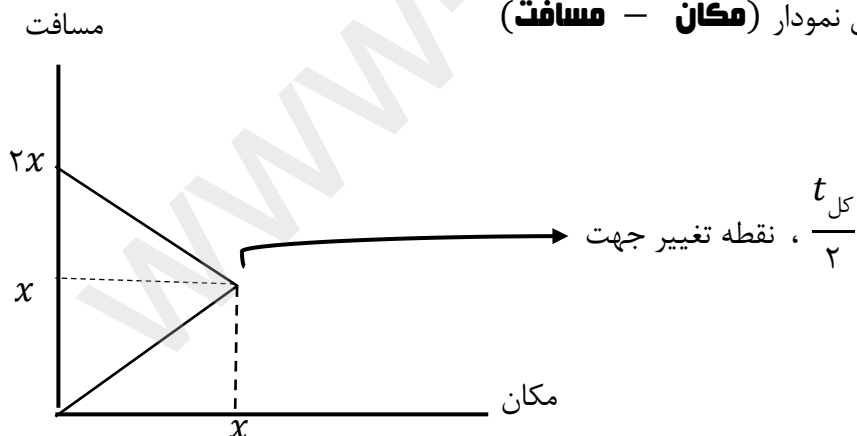
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$	معادله مکان_ زمان در حرکت با شتاب ثابت <i>متقل از سرعت ثانویه</i>
$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$	معادله سرعت_ جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت <i>متقل از زمان</i>
$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$	<i>متقل از شتاب</i>
$V_{\frac{t_1+t_2}{2}} = \frac{V_{t_1} + V_{t_2}}{2}$	سرعت متوسط بین ۲ بازه زمانی برابر سرعت لحظه ای وسط بازه است یا میانگین سرعت سروه تـ بازه

نمودار سرعت _ زمان

* در نمودار $(v - t)$ اگر خواستیم مسافت را بدست بیاوریم همه مساحت های زیر نمودار را با قدر مطلق جمع میکنیم ، اگر خواستیم جابجایی را محاسبه کنیم حواسمان به علامت ها باشد.

* هرگاه نمودار $(a - t)$ را دادند و نوع حرکت ، مسافت ، جابجایی ، سرعت ، تندی و فاصله را خواستند معمولا باید از روی نمودار $(a - t)$ نمودار $(v - t)$ را رسم می کنیم یا با روابط شتاب ثابت به سوال پاسخ دهیم .

* یک نمودار خاص داریم به عنوان نمودار **(مکان - مسافت)**

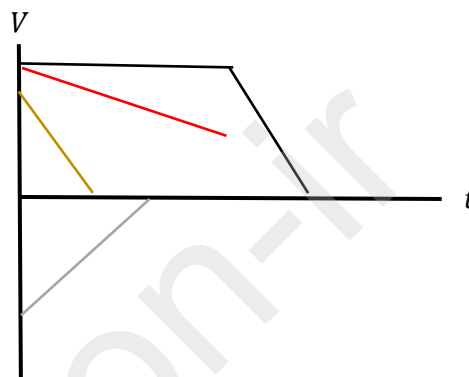


خط ترمز

* برابر است یا جابجایی متحرک از لحظه آغاز ترمز تا لحظه پایان ترمز ، چه ترمز منجر به توقف بشود یا نشود

$$\Delta x = \frac{V + V_0}{2} \times \Delta t \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta x = \frac{V_0 \Delta t}{2}} \quad (v=0)$$

$$V^2 - V_0^2 = 2a \cdot \Delta x \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta x = \frac{V_0^2}{2a}} \quad (v=0)$$



* به مدت زمانی که راننده مانع را دیده ولی اقدام به ترمز نمی کند و با همان شرایط قبل به حرکت خود ادامه می دهد زمان عکس العمل می گویند و هرچه این مدت زمان افزایش پیدا کند احتمال تصادف افزایش خواهد یافت .

جابجایی در ثانیه های متوالی

$$\boxed{\Delta x = (n - 0.5)aT^2 + v_0 T}$$

- جابجایی در سه ثانیه پنجم $n = 5, T = 3$
- جابجایی در دو ثانیه سوم $n = 3, T = 2$

نوع حرکت

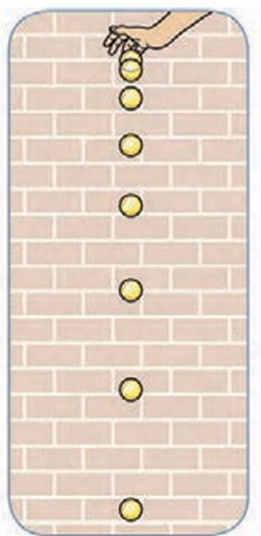
تند شونده : اندازه سرعت (تندی) در حال افزایش است ، $(av > 0)$

کند شونده : اندازه سرعت (تندی) در حال کاهش است ، $(av < 0)$

* برای تعیین نوع حرکت اگر :

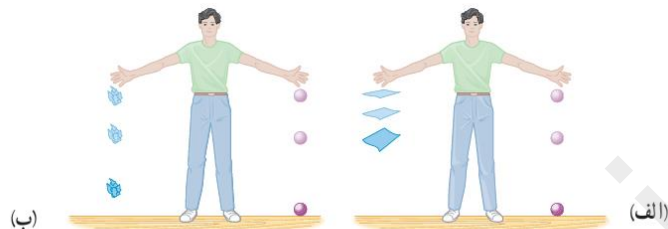
(۱) اعداد سرعت در بازه های زمانی را دادند ، بدون در نظر گرفتن علامت سرعت نوع حرکت را تعیین میکنیم.





شکل ۱۴-۱ تصویری از یک توپ در
حال سقوط آزاد، که در بازه‌های زمانی
مساوی و متوالی رسم شده است.

* حرکت سقوط آزاد علاوه بر رها کردن جسم شامل پرتاب کردن جسم روبه بالا و پایین نیز می‌شود که در کتاب فیزیک دوازدهم فقط رها شدن بدون سرعت اولیه بررسی می‌شود.



شکل ۱۵-۱ تجربه‌ای ساده برای مقایسه اثر مقاومت هوا روی
حرکت سقوط آزاد گلوله، برگه کاغذ و برگه کاغذ مجاله شده

سقوط آزاد بدون سرعت اولیه

نکته طلایی سقوط آزاد بدون سرعت اولیه: تمام روابط همان روابط شتاب ثابت است فقط

$$a \rightarrow -g, v \rightarrow \cdot, x \rightarrow y, \Delta x \rightarrow \Delta y$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v \cdot t + x.$$

$$v = at + v.$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y.$$

$$v = -gt$$

$$v^2 = -2g\Delta y$$

* علم دینامیک یا نیرو شناسی به بررسی علل حرکت می‌پردازد.

* نیرو حاصل برهمکنش یا اثر متقابل دو جسم بر یکدیگر است عاملی است که می‌تواند باعث تغییر سرعت یا تغییر شکل جسم شود.

* نیرو را به کمک نیروسنج اندازه می‌گیریم.

* نیرو بر جسم اثرات مختلفی دارد مثل شروع به حرکت کردن ، توقف ، کم یا زیاد شدن تندی جسم تغییر جهت سرعت و تغییر شکل آن .

قوانین نیوتن

قانون اول : یک جسم حال سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می کند مگر آنکه نیروی خالصی به آن وارد شود .

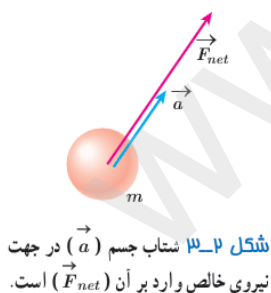
* به این خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آنها صفر است حفظ کنند **لختی** می گویند .

* هرچه جرم جسمی بیشتر باشد لختی و میل جسم به حفظ وضعیت حرکتی آن نیز بیشتر می شود ، یعنی اگر ساکن باشد ، سخت تر حرکت می کند و اگر در حال حرکت باشد سخت تر متوقف خواهد شد .

* در مسائلی که نیرویی به یک گوی توسط دونه وارد می شود (یکی متصل به سطحی و دیگری در دست یک فرد قرار دارد) اگر :

- **به آرامی نیرو وارد کنیم :** محل اتصال نخ متصل به بالای جسم و جسم پاره خواهد شد (به دلیل تحمل نیروی وزن) .
- **اگر به تندی نیرو وارد کنیم :** محل اتصال نخ می که به آن نیرو وارد می کنیم و جسم پاره خواهد شد .

* **قانون دوم :** هرگاه به جسمی نیروی خالصی وارد شود جسم تحت تاثیر آن نیرو شتاب می گیرد که این شتاب با نیروی وارد شده بر آن رابطه مستقیم و با جرم آن رابطه عکس دارد :



$$\vec{F}_{net} = m \cdot \vec{a}$$

* الزاما جهت حرکت برآیند نیروها با جهت شتاب یکسان است نه با جهت حرکت یا سرعت .

* $\vec{F}_{Net}$, $\vec{a}$, $\Delta \vec{V}$ همواره هم جهت هستند .

* هر جسمی تحت هر شرایطی شروع به حرکت کند/بند/حرکت آن تندشونده خواهد بود .

توجه: در رابطه ۱-۲، ma نیرو نیست. تمام نیروهای وارد بر یک جسم با هم جمع برداری می‌شوند تا نیروی خالص (F_{net}) وارد بر جسم به دست آید و آن را در سمت چپ معادله قرار می‌دهند. این نیروی خالص مساوی با حاصل ضرب جرم در شتاب (ma) است.

نکته: هرگاه به جسمی n نیرو وارد شود و آن در حال سکون بماند یا با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد، با حذف یک نیرو برآیند نیروهای باقی مانده روی یک جسم از نظر اندازه برابر نیروی حذف شده ولی در خلاف جهت آن می‌باشد.

*** قانون سوم:** هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند جسم دوم نیز به جسم اول نیروی در همان راستا ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow F_{21} = F_{12}$$

*** نیروها به صورت جفت وجود دارند اگر یک نیرو را کنش بنامیم نیروی دیگر را واکنش می‌نامیم.**

*** اجازه برآیند گیری از عمل و عکس العمل نداریم چون به دو جسم مختلف وارد می‌شوند.**

*** نیروهای کنش و واکنش اثرات متفاوتی دارند مثلاً چکش به میخ نیرو وارد می‌کند و باعث فرو رفتن میخ در چوب می‌شود. نیروی وارد از میخ به چکش حرکت چکش را کند و متوقف می‌کند.**

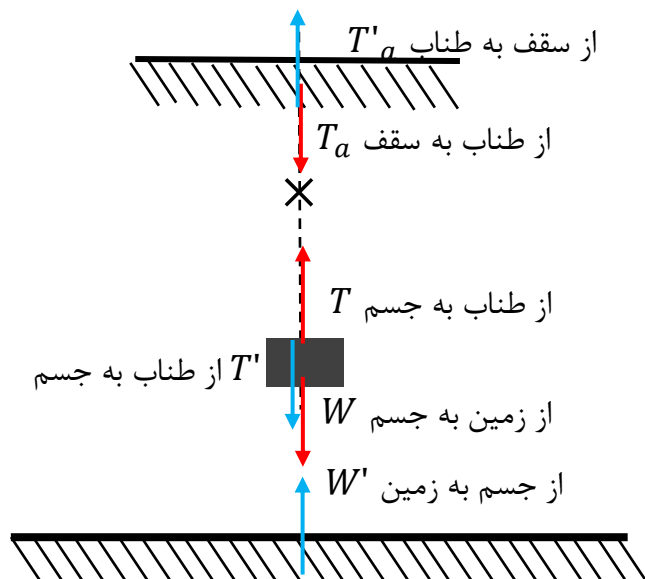
*** توجه کنید نیروهای کنش و واکنش همیشه از یک نوع هستند مثلاً هردو الکتریکی یا هردو گرانشی یا هردو مغناطیسی یا ...**

*** شرط تعادل آن است که برآیند نیروها روی راستایه x و y برابر صفر شود.**

نکته: عکس العمل هر نیرو به عامل به وجود آورنده آن وارد می‌شود

- (۱) نیروی وزن از مرکز زمین به جسم است و عکس العمل آن از جسم به مرکز زمین است.
- (۲) در حرکت هواپیما نیروی پیشران هواپیما از موتور به هوا است و عکس العمل آن از هوا به موتور است.
- (۳) در حرکت قایق نیروی پارو زدن از پارو به آب است و عکس العمل آن از آب به پارو است.
- (۴) ...

* همواره نیرویی که یک نخ ، طناب یا فنر به اجسام دو سرش وارد می کند به سمت وسط آن است .



معرفی چند نیروی خاص



شکل ۲-۱ زمین بر جسم نیروی گرانشی ($\vec{W}$) وارد می کند و جسم نیز بر زمین نیروی گرانشی ($\vec{W}'$) وارد می کند.

نیروی وزن: نیروی گرانشی که از زمین به جسم وارد می شود ($\vec{W} = m\vec{g}$) و عکس العمل آن از جسم به زمین وارد می شود .

* جهت وزن و شتاب گرانشی همواره به سمت مرکز زمین است .

نیروی مقاومت شاره: مقاومتی که یک شاره در مقابل حرکات یک جسم درون

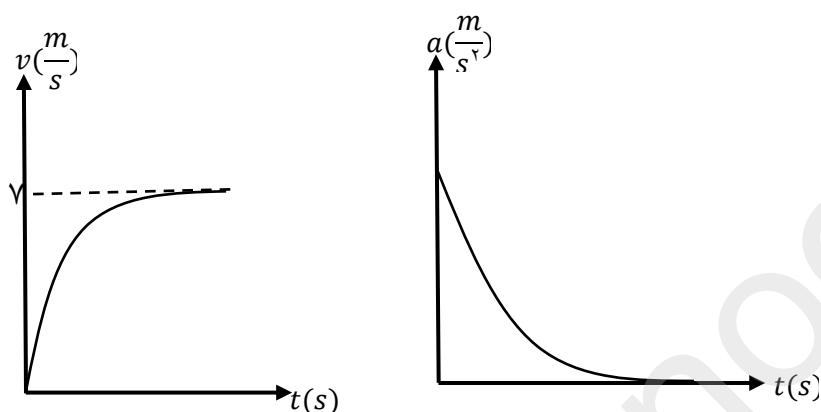
شاره از در خلاف جهت حرکت جسم درون آن از خود نشان می دهد نیروی مقاومت

شاره (f_D) می گویند و عکس العمل آن از جسم به شاره وارد می شود . این نیرو با تندى و ابعاد سطح تماس جسم رابطه مستقیم دارد ، اگر این جسم در هوا حرکت کند به این نیرو ، نیروی مقاومت هوا می گوئیم .

$$F_{net} = -mg - f_D \Rightarrow a = -g - \frac{f_D}{m} \quad * \text{ جسم روبه بالا حرکت کند :}$$

$$F_{net} = mg - f_D \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m} \quad * \text{ جسم روبه پایین حرکت کند :}$$

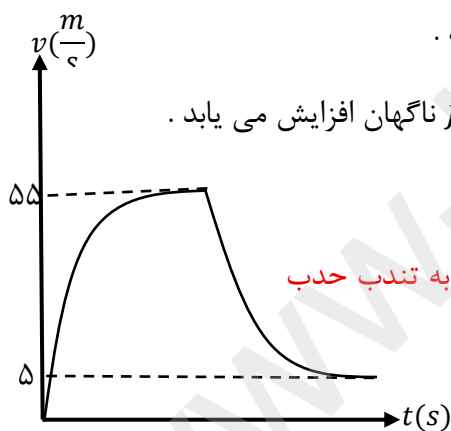
* در شرایط غیر آرمانی اگر قطره آبی سقوط کند ، کم سرعت و (f_D) افزایش می یابد تا نهایتاً در سرعتی به نام **تندی حدی** $(\gamma \frac{m}{s})$ ، $(f_D = W)$ می شود و از آن لحظه به بعد سرعت ثابت می ماند و سقوط به شکل یکنواخت انجام می شود .



* تندی حدی چتر باز پس از باز کردن چترش حدود $5(\frac{m}{s})$ می باشد .

* در لحظه باز کردن چتر اصولاً بیشترین شتاب را خواهیم داشت و f_D ناگهان افزایش می یابد .

* اگر چتر :



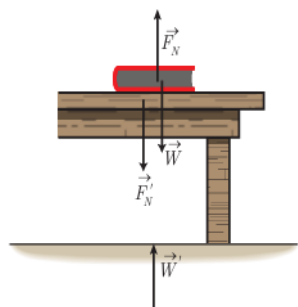
(۱) قبل از رسیدن به تندی حدی باز شود : **تندی افزایش یافته تا به تندب حدب**

برسد .

(۲) بعد از رسیدن به تندی حدی باز شود : **تندی کاهش یافته**

تا به تندی حدی برسد .

(۳) هنگام رسیدن به تندی حدی باز شود : **تندی ثابت می ماند .**



نیروی عمودی سطح: نیرویی که به طور عمودی از سطح تماس به جسم وارد میشود (F_N, N) و **عکس العمل** آن از جسم به سطح تماس است .

* هرگاه در تستی سه عبارت :

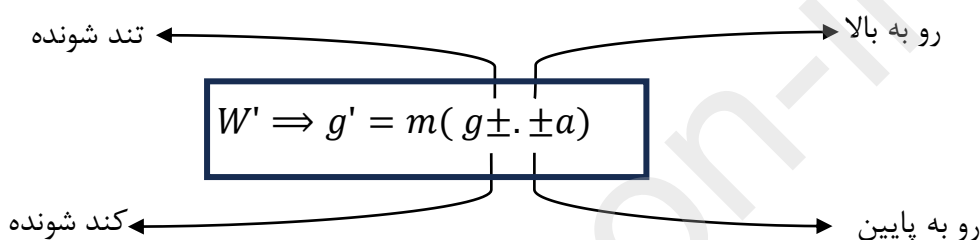
(۱) صفر شدن عدد روی ترازو

(۲) به حداقل رسیدن نیروی اصطکاک

(۳) بلند شدن جسم از روی سطح

را شنیدیم ، نیروی عمودی سطح را برابر صفر قرار خواهیم داد .

آسانسور



* اگر در تستی حرفی از تندشونده یا کندشونده بودن حرکت نزد :

(۱) گفت شتاب روبه بالا است : $(g + a)$

(۲) گفت شتاب روبه پایین است : $(g - a)$

(۳) هیچی نگفت : در این صورت به شکل پیش فرض حرکت را تند شونده فرض می کنیم .

نیروی اصطکاک : نیرویی است که خلاف جهت حرکت جسم در نقطه تماس از سطح تماس به جسم وارد می شود (f) و عکس العمل آن از جسم به سطح تماس است .

* اصطکاک تماس دو جسم جامد با هم است ولی مقاومت شاره تماس جامد با شاره است .

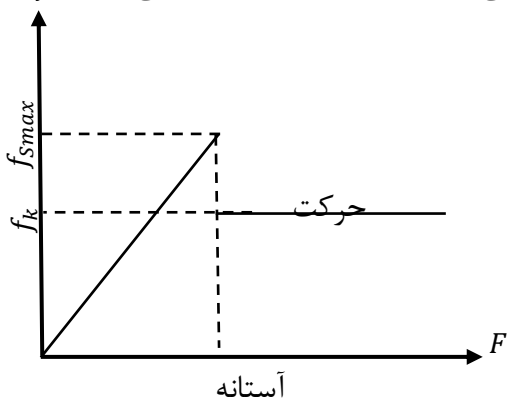
* وقتی جسمی توسط نیرو هایی روی سطحی کشیده می شود ، ناهمواری های موجود روی سطوح باهم تداخل کرده و نیروی مقاوم در برابر حرکت ایجاد می شود که به این نیرو ، نیروی اصطکاک گفته می شود .

* نیروی اصطکاک به دو دسته تقسیم می شود :

(۱) اصطکاک ایستایی (f_s) : اصطکاک وارد بر جسم در حالت سکون .

(۲) اصطکاک جنبشی (f_k) : اصطکاک وارد بر جسم در حال حرکت .

* حتی سطوح بسیار هموار هم دارای ناهمواری‌های میکروسکوپی هستند که سبب اصطکاک می‌شود. f



* بررسی نیروی اصطکاک در سه حالت زیر رخ می‌دهد :

(۱) جسم در حال سکون : $f_s = F_{\text{محرک}}$

(۲) آستانه حرکت : $f_{smax} = \mu_s \cdot F_N$

(۳) حرکت : $f_k = \mu_k \cdot F_N$

* در تست‌ها سه حالت بالا را خواهیم داشت و عامل تعیین کننده f_{smax} خواهد بود.

* در طبیعت معمولا ضریب اصطکاک ایستایی بیشتر از ضریب اصطکاک جنبشی است.

$$\mu_k \leq \mu_s$$

* تفلون به تفلون : $\mu_k = \mu_s$

* در پرتاب کردن یک جسم ، شتاب توقف مستقل از جرم خواهد بود.

$$a = -\mu_k \cdot g$$

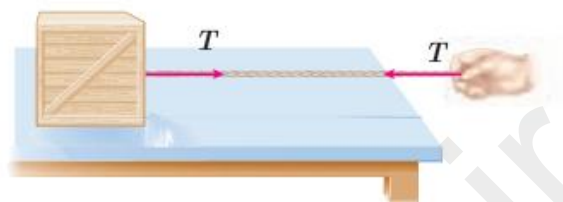
* هرگاه در تستی واژه کمینه ، بیشینه ، حداکثر ، حداقل را شنیدیم و جسم در تعادل بود یعنی به آستانه حرکت اشاره می‌کند.

* هرگاه کمینه یک نیرو خواسته شد آن را نیروی مقاوم و هرگاه بیشینه یک نیرو خواسته شد آن را نیروی محرک در نظر می‌گیریم.

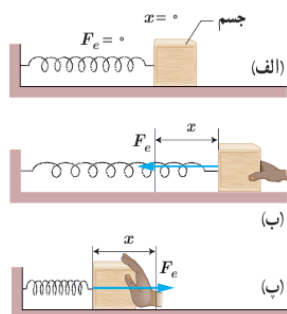
نیروی واکنش سطح R :

$$R = \sqrt{f_k^2 + N^2} \qquad F_T = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

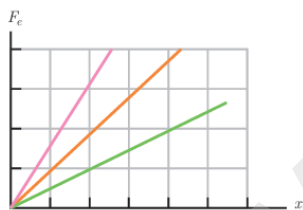
نیروی کشش طناب



شکل ۲-۱۷ طناب جسم را با نیروی کشش $\vec{T}$ می‌کشد.

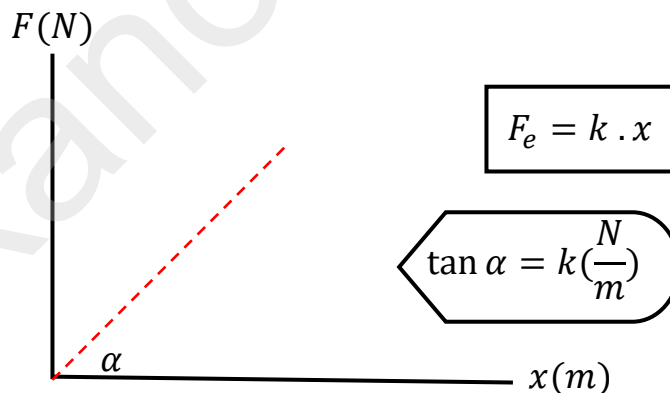


شکل ۲-۱۵ الف) فنر طول عادی دارد و جسم در نقطه تعادل است، ب) فنر کشیده شده است و نیروی کنسانی رو به نقطه تعادل به جسم وارد می‌کند، و پ) فنر فشرده شده است، و نیروی کنسانی رو به نقطه تعادل به جسم وارد می‌کند.



شکل ۲-۱۶ هرچه ثابت فنر بیشتر باشد، شیب نمودار بیشتر و فنر سخت‌تر است.

نیروی کشش فنر: اگر فنر را به اندازه x از وضع تعادل بکشیم یا فشرده کنیم نیرویی به سمت نقطه تعادل به جسم وارد می‌شود و هرچه فنر را بیشتر بکشیم یا فشرده کنیم نیروی کنسانی فنر بیشتر می‌شود.



نردان در حال سکون

$$\sum F_x = 0 \rightarrow f_{s1} = F_{N2}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow f_{s2} + F_{N1} = mg$$

تکانه و قانون دوم نیوتون

* برابر است با حاصل ضرب جرم یک جسم در سرعت آن و بداری است هم جهت بردار سرعت متحرک ، یعنی مانند برداری سرعت مماس بر مسیر حرکت است .

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}$$

$$p = m\vec{v}$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

* تکانه کمیتی برداری است .

* تغییرات تکانه :

$$(1) \text{ تغییر جرم : } \Delta p = \Delta m \cdot V$$

$$(2) \text{ تغییر سرعت : } \Delta p = m \cdot \Delta V$$

$$(3) \text{ تغییر جرم و سرعت : } \Delta p = m_2 v_2 - m_1 v_1$$

* با توجه به روابط $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a}$, $\frac{\vec{p}}{m} = \vec{v}$ می توان دریافت که اگر هر کدام از نمودارهای $(F - t)$ و $(P - t)$ را داشته

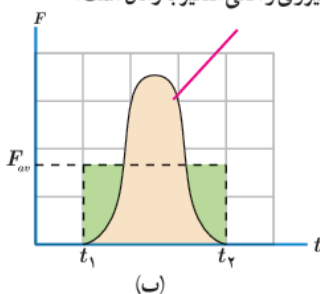
باشیم و محور عمودی را بر m تقسیم کنیم حاصل آنها به ترتیب نمودارهای $(a - t)$ و $(V - t)$ خواهد بود ، پس به نوعی این نمودارها را می توان به هم تبدیل کرد .

* طبق نکته بالا خواهیم داشت :

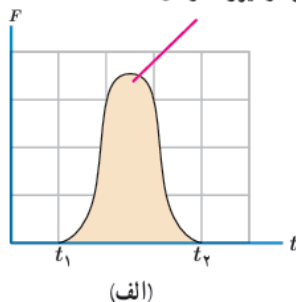
$$p \xleftrightarrow[\text{سطح زیر نمودار}]{\text{مشتق}} F$$

* در نمودار $(P - t)$: شیب خط واصل = نیروی متوسط ، شیب خط مماس = نیروی لحظه ای را نشان میدهد .

تغییر تکانه ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر تکانه نیروی واقعی متغیر با زمان است .



تغییر تکانه برابر با مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان است .



شکل ۱۹-۲ الف) نیروی خالص وارد بر یک جسم می تواند بر حسب زمان تغییر کند . (ب) مقدار نیروی متوسط (F_{av}) (خط چین افقی) به گونه ای است که مساحت مستطیل $(F_{av} \Delta t)$ برابر با مساحت سطح زیر منحنی شکل الف باشد .

نیروی گرانشی

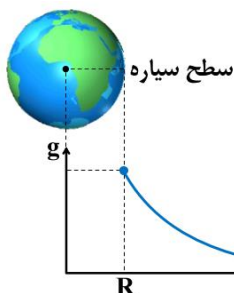
* نیوتون نشان داد هر جسمی در عالم اجسام دیگر را به سمت خود جذب می کند و این الهام بخش او برای قانون گرانش عمومی بود که بیان می کند : نیروی گرانش میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو جسم رابطه مستقیم و با مربع فاصله آن ها نسبت وارون دارد .

* وقتی دو جسم به جرم های m_1 و m_2 از هم قرار می گیرند یکدیگر را با نیروی F جذب می کنند که اندازه آن برابر است با :

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F = \boxed{G \frac{M_e}{R_e^2}} m \Rightarrow g' = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{(\text{فاصله از مرکز})^2}$$

$g \leftarrow$

* گاهی دو سیاره را باهم مقایسه میکنیم در این سوالات :



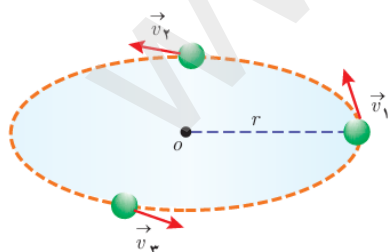
$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^2$$

(۱) در مورد جرم صحبت شود :

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{R_A}{R_B}$$

(۲) در مورد چگالی صحبت شود :

حرکت دایره ای یکنواخت



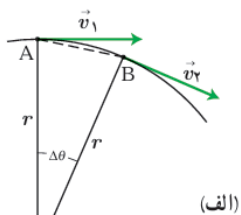
* به حرکت ذره ای روی مسیر دایره ای با تندی ثابت حرکت دایره ای یکنواخت می گوئیم .

* با اینکه تندی حرکت ثابت است ولی حرکت شتابدار است زیرا با اینکه تندی ثابت است اما جهت حرکت مدام تغییر می کند .

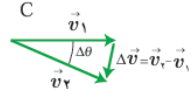
* همواره بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است .

شکل ۲-۳۱ ذره روی یک مسیر دایره ای در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت با تندی ثابت ($v_1 = v_2 = v_3 = \dots$) حرکت می کند.

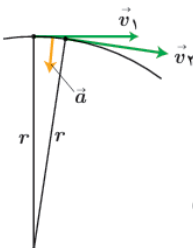
* در حرکت دایره‌ای یکنواخت زمان لازم برای پیمودن یک دور از محیط دایره را دوره تناوب (T) .



(الف)



(ب)

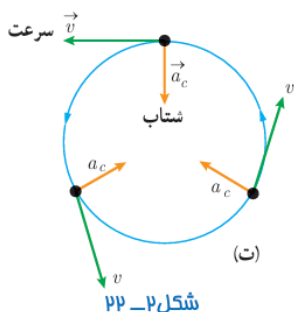


(پ)

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

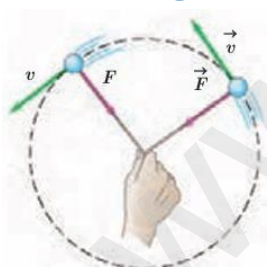
شتاب مرکزگرا و قانون دوم نیوتون

* بر اساس تعریف شتاب متوسط ، جهت شتاب متوسط با جهت تغییر سرعت یکسان است ، در حالی که در بازه زمانی خیلی کوچک جهت تغییر سرعت به سمت مرکز دایره خواهد بود پس جهت شتاب لحظه‌ای هم به سمت مرکز خواهد بود پس به همین دلیل به آن شتاب مرکزگرا می‌گوییم .



(ت)

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \quad a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$



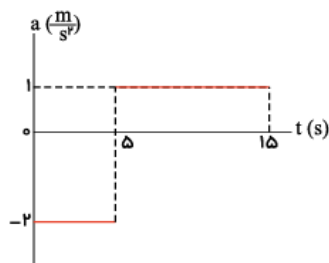
شکل ۲-۲۳ نیروی کشش نخ نیروی مرکزگرای لازم جهت چرخش جسم بر سطح افقی را تأمین می‌کند.

* به نیروی خالصی که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود نیروی مرکزگرا می‌گوییم ، نیروی گرانشی و الکتریکی می‌توانند نیروی مرکزگرا را تأمین کنند .

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

۱) نمودار شتاب زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت و مکان متحرک در لحظه $t = 0$ ، برابر

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲ $\vec{v}_0 = (10 \frac{m}{s})\vec{i}$ و $\vec{x}_0 = (-10)\vec{i}$ باشد، در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 15s$ کدام موارد درست است؟



الف: جهت بردار مکان و بردار سرعت یک بار عوض می شود.

ب: جابه جایی و مسافت هم اندازه اند.

پ: شتاب متوسط برابر صفر است.

ت: سرعت متوسط برابر صفر است.

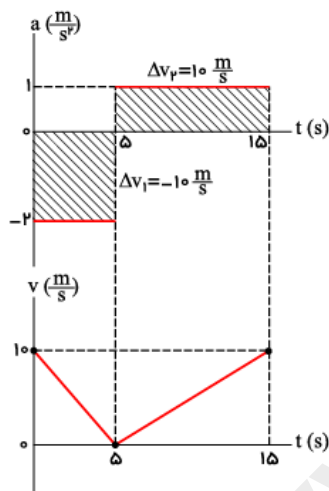
۴ «الف» و «پ»

۳ «الف» و «ت»

۲ «ب» و «پ»

۱ «ب» و «ت»

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ اگر نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنیم، داریم:



با توجه به نمودار سرعت - زمان، متحرک تغییر جهت نمی دهد، پس جهت بردار سرعت آن تغییر نمی کند. (رد عبارت الف)

و از آنجا که متحرک در امتداد خط راست (محور x) حرکت می کند و تغییر جهت نمی دهد، مسافت و جابه جایی طی شده، هم اندازه هستند (درستی عبارت «ب»)

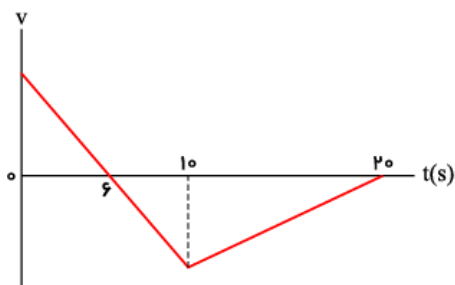
و با توجه به شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{15} \Rightarrow a_{av} = 0$$

درستی عبارت «پ»

از طرفی متحرک تغییر جهت نمی دهد، پس سرعت متوسطش صفر نمی شود. (رد عبارت «ت»)

در نتیجه عبارت های «ب» و «پ» درست هستند.



۲) نمودار سرعت زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر کل مسافت طی شده توسط متحرک $138m$ باشد، بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 12s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟
 مرجع: سراسری-۱۴۰۲

۴,۲۸ ۲)

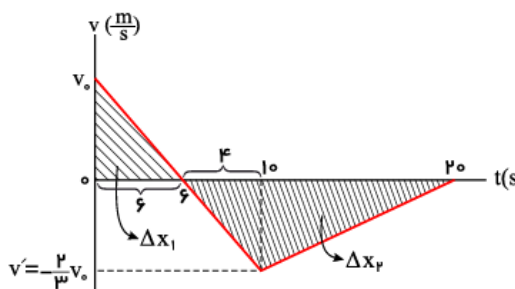
۲,۱۶ ۱)

۴,۶ ۴)

۲,۴ ۳)

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا سرعت متحرک را در لحظه های $t = 0s$ و $t = 10s$ می یابیم. با توجه به تشابه مثلث ها داریم:



$$\frac{4}{6} = \frac{v'}{v_0} \rightarrow v' = -\frac{2}{3}v_0$$

$$\Delta x_1 = \frac{6 \times v_0}{2} = 3v_0$$

$$\Delta x_2 = \frac{(20 - 6) \times -\frac{2}{3}v_0}{2} \Rightarrow \Delta x_2 = -\frac{14}{3}v_0$$

$$l = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 3v_0 + \frac{14}{3}v_0 = \frac{23}{3}v_0$$

$$\frac{l = 138m}{\frac{23}{3}} \rightarrow 138 = \frac{23}{3}v_0 \Rightarrow v_0 = 18 \frac{m}{s}$$

یعنی نمودار سرعت - زمان به صورت زیر است:

برای لحظه $t = 2s$ داریم:

$$v = at + v_0 = -3t + 18 \xrightarrow{t=2s} v_1 = -3 \times 2 + 18 \Rightarrow v_1 = 12 \frac{m}{s}$$

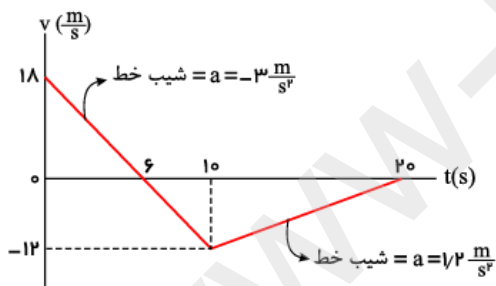
و برای لحظه $t = 12s$ داریم:

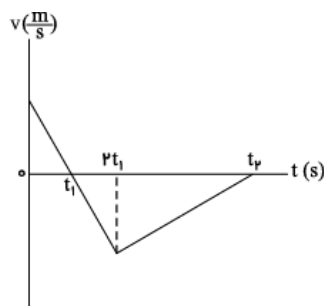
$$v = at + v_0 = -3 \times 12 + 18 \Rightarrow v_2 = -9 \frac{m}{s}$$

(دقت کنید که سرعت اولیه در مرحله دوم حرکت، همان سرعت در لحظه $t = 10s$ است.)

و در نهایت داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-9 - 12}{12 - 2} = \frac{-21}{10} \Rightarrow |a_{av}| = 2.1 \frac{m}{s^2}$$





۳) نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر بزرگی شتاب در بازه زمانی صفر تا t_1 برابر بزرگی شتاب $2t_1$ تا t_2 باشد، تندی متوسط در بازه صفر تا t_1 چند برابر تندی متوسط در بازه t_1 تا $2t_1$ است؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۲

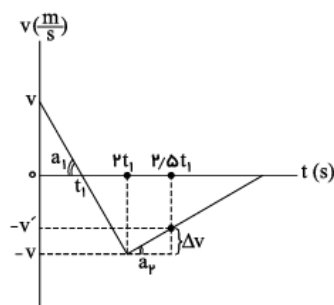
۵/۸ ۲

۷/۱۲ ۱

۳/۴ ۴

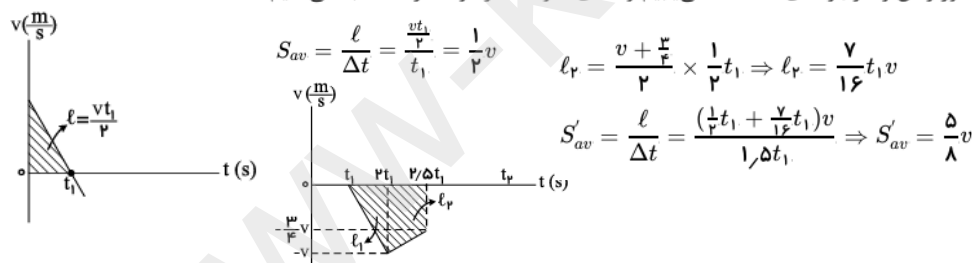
۴/۵ ۳

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به اینکه بزرگی شتاب در مرحله اول، دو برابر شتاب در مرحله دوم است، (قدرمطلق شیب خط در مرحله اول دو برابر شیب خط در مرحله دوم است) داریم:



$$|a_1| = 2|a_2| \Rightarrow \left| \frac{v}{t_1} \right| = 2 \left(\frac{\Delta v}{\Delta t_2} \right) \Rightarrow |\Delta v| = \frac{1}{2}v \Rightarrow v - v' = \frac{1}{2}v \Rightarrow |v'| = \frac{3}{2}v$$

حال سطح محصور بین نمودار و محور زمان را در بازه‌های داده شده می‌یابیم و تندی متوسط هر مرحله را محاسبه می‌کنیم



و در آخر داریم:

$$\frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{\frac{1}{2}v}{\frac{5}{8}v} \Rightarrow \frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{4}{5}$$

۴) یک دیسک افقی گردان را در نظر بگیرید که حول محور قائم خود می‌چرخد و دو شخص هم‌وزن A و B به ترتیب در فاصله یک متری و دو متری از مرکز دوران، روی دیسک نشسته‌اند. نیروی مرکزگری کدام بزرگ‌تر است و اگر تندی دیسک به تدریج افزایش یابد، کدام زودتر می‌لغزد؟ (جنس سطوح تماس یکسان است).
مرجع: سراسری-۱۴۰۳

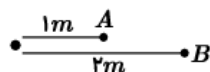
B و A ۴

A و B ۳

B و B ۲

A و A ۱

پاسخ: ① ② ③ ④



$$F = mrv^2 \frac{r_{\text{ثابت}}}{r_{\text{ثابت}}} \frac{F_B}{F_A} = \frac{r_B}{r_A} = 2 \rightarrow F_B > F_A$$

نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s,max}$) برای هر دو شخص یکسان است؛ بنابراین چون $F_B > F_A$ است، شخص B زودتر می لغزد.

⑤ مطابق شکل، به جسم ساکنی روی سطح افقی نیروی افقی $F_1 = 65N$ و نیروی عمودی $F_2 = 20N$ وارد می شود و جسم شروع به حرکت می کند. اگر پس از طی مسافت ۱۲ متر، تندی جسم به $12 \frac{m}{s}$ برسد، نیرویی که سطح به جسم وارد می کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) مرجع: سراسری-۱۴۰۲

④ $35\sqrt{5}$

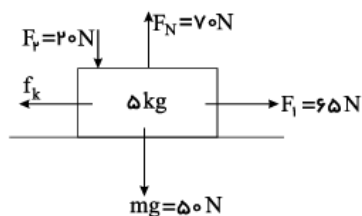
③ $30\sqrt{5}$

② ۷۰

① ۶۰

پاسخ: ① ② ③ ④ در اینجا جسم با شتاب ثابت حرکت می کند (چون جرم جسم و نیروهای وارد بر آن در حین حرکت، ثابت هستند). پس برای تعیین شتاب حرکت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(\Delta x) \xrightarrow{v_0=0} (12)^2 = 2(a)(12) \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$



حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، درمی یابیم که سطح دارای اصطکاک است و مقدار آن را محاسبه می کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma \Rightarrow 65 - f_k = 5 \times 6 \Rightarrow f_k = 35N$$

حال برای تعیین نیروی سطح داریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{70^2 + 35^2} \Rightarrow R = 35\sqrt{5}N$$

سلول گالوانی

سلول گالوانی یک سلول الکتروشیمیایی است که بر اساس قدرت کاهندگی فلزها و انجام واکنش اکسایش کاهش انرژی الکتریکی تولید می کند. به بیان دیگر، انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل میکند. سلول گالوانی دستگاهی است که به کمک آن به جای دادوستد مستقیم الکترون ها بین گونه های اکسند و کاهنده الکترونها از طریق یک مدار بیرونی سیم رابط هدایت و جابه جا میشوند و با ایجاد جریان الکتریکی، بخشی از انرژی آزاد شده در واکنش اکسایش کاهش به انرژی الکتریکی در دسترس تبدیل میشود.

اجزای سلول گالوانی

نیم سلول هر سلول گالوانی از دو نیم سلول تشکیل شده است و هر نیم سلول شامل الکترودی است که در یک محلول الکترولیت قرار دارد. برای مثال در نیم سلول روی الکتروود روی (تیغه روی) درون محلول الکترولیت حاوی کاتیون های روی قرار دارد.

تذکر: نیم سلول استاندارد نیم سلولی است که در شرایط استاندارد قرار دارد و در آن غلظت یون مورد نظر برای محلول الکترولیتها یک مولار است و اندازه گیریها در دمای ۲۵ و فشار 1atm انجام می شود.

آند: الکترودی است که در سطح آن تیم واکنش اکسایش انجام میشود به دلیل تولید الکترونها در این الکترود آن را با علامت منفی نشان می دهند.

کاند: الکترودی است که در آن تیم واکنش کاهش انجام میشود. این الکترود را با علامت مثبت نشان می دهند.

قطب منفی: الکترودی است که در آن الکترون تولید میشود و تراکم نسبی الکترون (بار منفی) در سطح آن بیشتر است.

قطب مثبت: الکترودی است که تراکم نسبی الکترون (بار منفی)، در سطح آن کمتر است.

مدار بیرونی: از اتصال دو نیم سلول توسط مدار بیرونی (سیم رابط) یک سلول کالوانی حاصل میشود و الکترونها تولید شده در سطح الکترود آند. از طریق مدار بیرونی به سوی الکترود کاند روانه می شوند.

دیواره متخلخل: بین دو الکترولیت قرار دارد و بدون اینکه دو الکترولیت با هم مخلوط شوند امکان جابه جایی یونها را بین محلول دو الکترولیت امکان پذیر

می سازد تا بار الکتریکی الکترولیتها خنثی باقی مانده و امکان ادامه کار سلول و برقرار ماندن جریان الکتریسته در مدار بیرونی فراهم باشد.

در یک سلول گالوانی کاتیونهای حاصل از تیم واکنش اکسایش به تدریج افزایش یافته و موجب تجمع بار مثبت در اطراف الکترود آند می شوند. در حالی که در محلول الکترولیت کاند. غلظت آنیونها از کاتیونها بیشتر میشود و موجب تجمع بار منفی در اطراف الکترود کاند میشود و این موجب ایجاد مقاومت در برابر عبور جریان الکتریسته و متوقف شدن تیم واکنش ها میشود زیرا برای ادامه واکنش اکسایش کاهش محلولهای موجود در هر دو نیم سلول باید از نظر بار الکتریکی خنثی بمانند و این در صورتی امکان پذیر است که کاتیون ها از نیم سلول آند به تیم سلول کاند و آنیون ها از نیم سلول کاند به آند مهاجرت کنند. وجود دیواره متخلخل باعث میشود تا بدون مخلوط شدن مستقیم الکترولیتها کاتیونهای تولید شده در آند بتوانند با عبور از دیواره به سمت کاند حرکت کنند و آنیون های موجود در نیم سلول کاتد نیز از طریق دیواره به سمت آند حرکت کنند تا از تجمع بار منفی در اطراف کاتد و ایجاد مقاومت در برابر برقراری جریان الکتریسته جلوگیری شود و جریان الکتریکی با خنثی باقی ماندن الکترولیت ها، برقرار بماند.

"در تمام سلول های الکتروشیمیایی همواره کاتیونها به سمت کاند و آنیونها به سمت اند. مهاجرت می کنند."

"در تمام سلولهای الکتروشیمیایی همواره الکترونها از آند به سمت کاند مهاجرت می کنند."

"در تمام سلولهای الکتروشیمیایی آند محلی است که در آن نیم واکنش اکسایش انجام می شود."

"در تمام سلول های الکتروشیمیایی کاتد محلی است که در آن نیم واکنش کاهش انجام می شود."

سلول گالوانی روی مس

سلول گالوانی روی مس از دو نیم سلول روی و مس تشکیل شده است که با یک دیواره متخلخل از هم جدا شده اند

(۱) قدرت کاهندگی (الکترون دهی) روی از مس بیشتر است بنابراین به محض وصل کردن الکترودهای روی و مس به یکدیگر با یک سیم، فلز روی اکسایش یافته و به صورت کاتیونهای روی وارد محلول میشود. الکترونهای آزاد شده از طریق سیم به سمت الکتروود مس فرستاده میشوند

(۲) با مهاجرت الکترون ها توسط سیم به سمت الکتروود مس، سطح تیغه مس دارای بار منفی می شود. از آنجا که فلزها هیچ تمایلی برای گرفتن الکترون الکترونها ندارند و به یون منفی تبدیل نمی شوند. این الکترون ها در اختیار کاتیون های مس موجود در محلول الکترولیت قرار می گیرند و نیم واکنش کاهش رخ می دهد

تذکر: در اطراف الکتروود روی عمل اکسایش اتفاق می افتد و اند محسوب میشود از طرفی در اطراف الکتروود مس عمل کاهش اتفاق می افتد و کاند محسوب میشود

این همان واکنشی است که با وارد کردن تیغه روی در محلولی از یونهای مس اتفاق می افتد. با این تفاوت که در سلول گالوانی یک واکنش با شرایط کنترل شده رخ میدهد. بدین معنی که از انرژی آزاد شده در سامانه میتوان به انرژی الکتریکی دست یافت در حالی که با وارد کردن تیغه روی در

محلول Cu الکترون ها به طور مستقیم و کنترل نشده مبادله میشوند و از انرژی آزاد شده استفاده نمی شود.

نیروی الکتروموتوری یا ولتاژ سلول گالوانی (emf)

ولتاژ هر سلول گالوانی همان اختلاف پتانسیل میان دو نیم سلول کاند و آند میباشد که همواره عددی مثبت است زیرا واکنش انجام شده در سلول گالوانی خود به خودی بوده و به طور طبیعی انجام پذیر است

ولتاژ سلول گالوانی: ولتاژ کاتد - ولتاژ آند

مثال: پتانسیل سلول گالوانی روی مس را در شرایط استاندارد محاسبه می کنیم

نکته: هرچه نیم سلول آند در سری الکتروشیمیایی پایین تر باشد و نیم سلول کاتد بالاتر باشد. به عبارتی هرچه نیم سلولهای کاتد و آند در سری الکتروشیمیایی از یکدیگر فاصله بیشتری داشته باشند ولتاژ کلی سلول، بیشتر خواهد بود.

نیم سلول مرجع)

SHE شامل یک الکتروود پلاتینی است که در محلولی با $\text{Ph}=0$ و دمای 25°C قرار دارد و گاز هیدروژن با فشار 1atm از روی آن عبور داده میشود.

سری الکتروشیمیایی

در این جدول به پیشنهاد آیوپاک نیم واکنش ها به شکل کاهش نوشته میشوند. در هر نیم واکنش گونه کاهنده در سمت راست و گونه اکسنده در سمت چپ نوشته می شود. علامت E گونه هایی که نسبت به H^+ قدرت کاهندگی بیشتری دارند منفی و این علامت برای گونه هایی که نسبت به H_2 قدرت کاهندگی کمتری دارند مثبت است.

رتبه بندی فلزها بر اساس E آنها در یک جدول سری الکتروشیمیایی نامیده می

شود

جدول ۱- پتانسیل کاهشی استاندارد برای برخی نیم سلول ها

نیم واکنش کاهش	$E^\circ (V)$
$Au^{3+} (aq) + 3e^- \rightarrow Au (s)$	$+1/50$
$Pt^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Pt (s)$	$+1/20$
$Ag^+ (aq) + e^- \rightarrow Ag (s)$	$+0/80$
$Cu^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Cu (s)$	$+0/34$
$2H^+ (aq) + 2e^- \rightarrow H_2 (g)$	$0/00$
$Sn^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Sn (s)$	$-0/14$
$Fe^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Fe (s)$	$-0/44$
$Zn^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Zn (s)$	$-0/76$
$Mn^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Mn (s)$	$-1/18$
$Al^{3+} (aq) + 3e^- \rightarrow Al (s)$	$-1/66$
$Mg^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Mg (s)$	$-2/37$

اکسنده قوی تر

کاهنده قوی تر

لیتیم فلزی ارزشمند برای ذخیره انرژی الکتریکی

ساعت مچی و تلفن همراه از جمله وسایلی هستند که انرژی الکتریکی آنها با استفاده از باتری تأمین میشود. باتری هایی که در شکل، اندازه و کارایی با یکدیگر تفاوت آشکاری دارند اما در همه آنها با انجام شدن نیم واکنشهای اندی و کاندی جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می شود.

شیمی دان ها طی پژوهشهای بسیاری توانستند به فناوری ساخت باتریهای جدید دست یابند. در این فناوری نقش فلز لیتیم پررنگ است زیرا لیتیم در میان فلزها کمترین چگالی و E را دارد. این ویژگی های لیتیم سبب شد راه برای ساخت باتریهای سبک تر کوچکتر و با توانایی ذخیره بیشتر انرژی هموار شود باتری های لیتیومی از نوع دلمه ای در شکلها و اندازه های گوناگون به کار می رود. دسته ای دیگر از باتریهای لیتیومی آنهايي هستند که در تلفن و رایانه همراه به کار میروند و میتوان آنها را بارها شارژ کرد.

افزایش تقاضا برای باتری های لیتیومی سبب شد این فلز جایگاه ممتازی در تامین انرژی جهان پیدا کند به طوری که سالانه از میلیاردها باتری لیتیومی درون دستگاههای الکترونیک در سرتاسر جهان استفاده می شود و سرانجام این دستگاه ها به همراه باتریهای درون خود به شکل پسماند دور ریخته

میشوند به این ترتیب حجم انبوهی از پسماندهای الکترونیکی مانند تلفن و رایانه همراه باتری های لیتیومی.... تولید میشود. این پسماندها به دلیل داشتن مواد شیمیایی گوناگون سمی هستند و نباید در طبیعت رها با دفن شوند زیرا محیط زیست را آلوده میکنند. از سوی دیگر برخی از این پسماندها به دلیل داشتن مقدار قابل توجهی از مواد فلزهای ارزشمند و گران قیمت منبعی برای بازیافت این مواد هستند.

www-kanooni

تمارین

۱- کدام مورد درباره واکنش میان فلز منیزیم و محلول هیدروکلریک اسید

نادرست است؟ قلمچی

۱- ضمن انجام واکنش از غلظت یونهای هیدرونیوم در محلول کاسته میشود.

۲- در این واکنش اتمهای منیزیم اکسایش مییابند.

۳- یونهای هیدرونیوم کاهنده هستند.

۴- اتمهای منیزیم الکترون از دست داده و یونهای هیدروژن الکترون دریافت

میکنند.

جواب: گزینه ۳

یون های هیدرونیوم اکسنده هستند

۲- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟ قلمچی

الف) اکسیژن نافلزی فعال است که با همه فلزها واکنش میدهد.

ب اغلب فلزها در واکنش با نافلزها ضمن کاهش به کاتیون تبدیل میشوند.

پ) ماده ای که با گرفتن الکترون سبب اکسایش گونه دیگر میشود اکسنده نام دارد.

ت) در هر واکنش شیمیایی هنگامی که بار الکتریکی یک گونه مثبت تر میشود آن گونه اکسایش یافته است.

(۱) الف) و ب)

(۲) ب) و ت)

(۳) پ) و ت)

(۴) الف) و پ)

جواب: گزینه ۳

الف: با اغلب فلزها

ب: ضمن اکسایش

۳- کدام مطلب نادرست است؟ قلمچی

۱- الکتروشیمی شاخه ای از دانش شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش بسزایی دارد.

۲- اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش میدهد و آنها را اکسید میکند.

۳- در واکنش یک تیغه مسی با محلول محتوی یونهای روی رنگ محلول حاصل با محلول اولیه متفاوت است.

۴- اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند تا ضمن اکسایش به کاتیون تبدیل شوند.

جواب : گزینه ۳

واکنش انجام نمیشود

۴- همه گزینه های زیر درست اند؛ به جز... قلمچی

۱- اندازه گیری دقیق غلظت یون هیدرونیوم محلولها توسط pH سنجهای دیجیتالی در بین قلمروهای الکتروشیمی میباشد.

۲- چراغ خورشیدی از لامپ LED ، سلول خورشیدی و باتری قابل شارژ تشکیل شده و پرکاربردترین شکل انرژی در فناوریهای مختلف انرژی الکتریکی است.

۳- (با دو تیغه مسی و میوه ای مانند لیمو میتوان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

۴- اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به نافلزها داده و ضمن اکسایش به کاتیون تبدیل شوند.

جواب : گزینه ۳ دو تیغه نباید از یک جنس باشند