

درسنامه آمادگی آزمون

۱۴ آذر

نهم

مدیر تولید: بابک نهرینی

درسنامه ریاضی نهم آزمون ۱۴ آذر مؤلف زهرا توکلی

هم نهشت مثلث‌ها دو شکل را هم نهشت می‌گویند هرگاه همه اضلاع و همه زاویه‌های آن‌ها برابر باشد.

حالت‌های هم نهشتی مثلث‌ها سه ضلع از مثلث‌ها با یکدیگر برابر باشند (ض ض ض)

دو ضلع از مثلثی و زاویه بین آنها به طور متناظر با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگر برابر باشد.
(ض ز ض)

دو زاویه از مثلثی و ضلع بین آنها به طور متناظر با دو زاویه مثلث دیگر و ضلع بین آن دو زاویه برابر باشد (ز ض ز)

ویژه مثلث‌های قائم الزاویه: برابری وتر و یک ضلع قائم از هر دو مثلث (و ض)

برابری یک زاویه حاده و وتر از هر دو مثلث (وز)

برای حل سوالات هم نهشتی باید شکل مناسب رسم کنیم.

با توجه به سوال فرض و حکم را بنویسیم.

از ویژگی‌های شکل‌های هندسی برای استدلال مناسب استفاده کنیم.

اطلاعاتی که برای نوشتن فرض و استدلال به ما کمک می‌کند.

در متوازی الاضلاع: ضلع‌های رو به رو برابر هستند.

زاویه‌های رو به رو برابر هستند.

دو ضلع موازی هستند پس ضلع دیگر خط مورب خواهد بود!

در مستطیل ضلع‌های رو به رو برابر هستند.

قطرها برابر هستند (اگر حکم مسأله نباشد)

زاویه‌ها برابر هستند.

در لوزی: ضلع‌ها برابر هستند.

قطرها عمودمنصف هستند (اگر حکم نباشد)

قطرها نیمساز هستند اگر حکم نباشد)

در مربع ضلع‌ها برابر هستند.

قطرها برابر و نیمساز هستند.

قطرها عمودمنصف هستند.

در مثلث متساوی الساقین ساق‌ها برابر هستند.

زاویه‌های مجاور به ساق برابر هستند.

در دایره: خط مماس در نقطه تماس بر شعاع عمود است.

زاویه‌های مرکزی رو به رو به کمان‌های برابر با هم برابر هستند.

زاویه‌های محاطی رو به رو به کمان مساوی با هم برابر هستند.

نیمساز: اگر خطی نیمساز زاویه‌ای باشد فقط همان زاویه را نصف می‌کند و ضلع مقابل یا زاویه مقابل را نصف نمی‌کند.

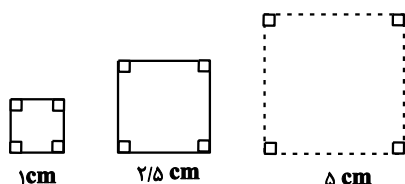
عمودمنصف پاره خط را به دو قسمت برابر تقسیم می‌کند.

شکل‌های متشابه

اگر دو شکل زاویه‌های برابر و اضلاع متناسب داشته باشند با یکدیگر متشابه هستند. و به نسبت بین اضلاع نسبت تشابه می‌گویند.

* نکته: برای نوشتن کسرهای تشابه باید زاویه‌های برابر در دو شکل را پیدا کنیم و زمانی که دو زاویه برابر باشند ضلع‌های رو به رو به آن دو زاویه برابر هستند.

نکته: شکل‌های منتظم همیشه با هم متشابه هستند به این دلیل که در شکل‌های منتظم اندازه زاویه‌ها تغییر نمی‌کند و فقط طول اضلاع تغییر می‌کند.



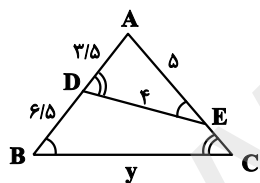
نکته: نسبت محیط و شکل متشابه با نسبت اضلاع برابر است.

نکته: اگر دو مستطیل متشابه باشند نسبت طول‌ها برابر است با نسبت عرض‌ها

نکته: در شکل‌های متشابه اندازه زاویه‌ها تغییر نمی‌کند.

نکته: اگر نسبت تشابه دو شکل $(\frac{a}{b})$ باشد نسبت مساحت‌های آنها $(\frac{a}{b})^2$ خواهد بود.

مثال: دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند و زوایای متناظرشان در شکل مشخص شده است. مقدار y را محاسبه کنید.



ABC , AED

در مثلث‌های شکل زاویه‌های برابر را می‌نویسیم و اضلاع روبه روی هر یک را مشخص می‌کنیم. $A = A \Rightarrow$

$$C = O$$

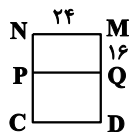
$$B = E$$

حالا به جای هر ضلع اندازه آن را $\frac{BC}{ED} = \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ می‌گذاریم گاهی وقتی مسأله یکی از نسبت‌ها را عدد نمی‌گذارد پس با آن نسبت کاری نداریم.

الان اندازه AC روی شکل $\frac{y}{4} = \frac{10}{5}$ مشخص نیست پس نمی‌نویسیم طرفین وسطین $y = 8\text{cm}$ $5y = 40$

دو مستطیل MNDQ و MNCD متشابه هستند اندازه پاره خط NC را محاسبه کنید.

باید طول دو مستطیل را در یک کسر و عرض آنها را در یک کسر بنویسیم.



$$\frac{NM}{MD} = \frac{MQ}{NM} \Rightarrow \frac{24}{MD} = \frac{16}{24}$$

$$MD = \frac{24 \times 24}{16} = 36$$

مقیاس:

برای انتقال یک فاصله واقعی به روی نقشه باید فاصله‌ها را به یک اندازه کوچک کنیم. که به آن مقیاس می‌گویند و معمولاً آن را با یک کسر نشان می‌دهند که صورت کسر $\perp$ و مخرج آن اندازه‌ای است که طول‌ها کوچک شده‌اند.

برای به دست آوردن فاصله در واقعیت باید یک تناسب داشته باشیم که از مقیاس نقشه و اطلاعات مسأله می‌نویسیم.

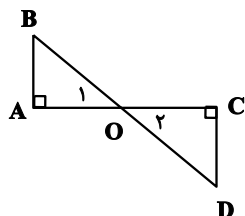
مثال: مقیاس یک نقشه $\frac{1}{20000}$ است. اگر فاصله دو نقطه روی نقشه 4cm باشد فاصله آنها در واقعیت چقدر است؟

$$\frac{1}{20000} = \frac{4\text{cm}}{x} \quad x = 4 \times 20000 = 80000\text{cm}$$

نکته: شکل روی نقشه متشابه با شکل واقعی است یعنی زاویه‌ها در آن تغییری نمی‌کند.

نمونه سوال:

۱- زوایای A و C در شکل برابر 90° هستند کدام گزینه هستند درست است؟



$$\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB} \quad (1)$$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{DC} \quad (2)$$

$$\frac{OA}{AB} = \frac{OC}{CD} \quad (3)$$

$$\frac{OA}{AB} = \frac{OC}{OD} \quad (4)$$

زاویه‌های برابر ۲ مثلث با پیدا کنیم.

$$O_1 = O_2 \Rightarrow \frac{AB}{CD} \Rightarrow \text{که ۳ نسبت با هم برابرند}$$

$$A = C \Rightarrow \frac{OB}{OD}$$

$$B = D \Rightarrow \frac{OA}{OC}$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD} \quad \frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OC}$$

$$CD \times OB = AB \cdot OD \quad AB \cdot OC = OA \cdot CD$$

البته هیچ کدام از گزینه‌ها با تناسب‌های ما، یکی نیست.

$$\text{نکته: } \frac{x}{y} = \frac{x}{w} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{y}{w}$$

نمونه سوال:

۲. سحر و سارا، دو قلو هستند و هر دو در کلاس نهم تدریس می کنند سحر از سارا پرسید. به نظرت یک فرش ۶ متری و یک فرش ۱۲ متری با هم متشابه اند؟

سارا پاسخ داد با توجه به اینکه ابعاد فرش ۶ متری 2×3 و ابعاد فرش ۱۲ متری 4×3 است. بنابراین این دو فرش متشابه نیستند.

نسبت عرض ها $\neq$ نسبت طول ها

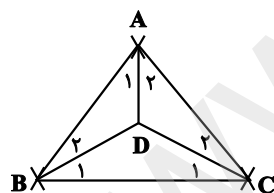
$$\frac{4}{3} \neq \frac{3}{2}$$

دبیرخانه ریاضی کشوری

۳- برای ؟؟؟، معلم می خواهد یک مسابقه حل مسأله در حیاط مدرسه برگزار کند. میز ۳ تیم شرکت کننده طوری در حیاط چیده شده است که فاصله هر ۲ میز با یکدیگر یکسان باشد.

برای تعیین محل قرارگیری میز داوران نیمساز زاویه ایجاد شده بین پاره خط هایی که فاصله هر دو میز را نشان می دهد. رسم کرده و در محل برخورد این سه نیمساز میز داوران قرار گرفته است.

ثابت کنید فاصله میز داوران تا میز هر ۳ شرکت کننده برابر است.



قدم اول رسم شکل نیمساز CD و BD و AD و

فرض	متساوی الاضلاع ABC
حکم	$AD = CD = BC$

قدم دوم فرض و حکم

ما نمی توانیم با یک استدلال به ۳ تساوی برسیم پس باید چند استدلال بنویسیم اولین استدلال بین

مثلث های ABD و BDC

$$\left. \begin{array}{l} AB = BC \text{ طبق فرض} \\ B_1 = B_2 \text{ چون BD نیمساز است} \\ BD = BD \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.ض.}} \triangle BCD \cong \triangle ABD$$

۲ جزای متناظر $DC = AD$ (I)

یکبار استدلال را برای ۲ مثلث دیگر می نویسیم

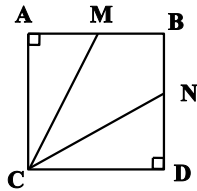
$$\left. \begin{array}{l} AC = BD \text{ طبق فرض} \\ C_1 = C_2 \text{ نیمساز است} \\ DC = DC \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.ض.}} \triangle ADC, \triangle DCB$$

$$ADC \cong DCB$$

اجزای متناظر $BD = AD$ (II)

از I و II داریم $DC = AD = BD$ و حکم مسأله ثابت می شود.

۴- در شکل زیر نقاط M و N وسط اضلاع مربع قرار دارند. اثبات هم نهشتی ۲ مثلث را کامل کنید.

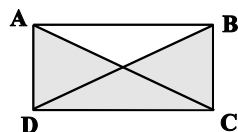


$$\text{فرض } A = D = 90^\circ \quad AC = CD \quad \text{حکم: } \triangle AMC \cong \triangle CDN$$

$$\left. \begin{array}{l} AM = ND \\ A = D = 90^\circ \\ AC = CD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.ض.}} \triangle AMC \cong \triangle NCD$$

دقت کنید توی اثبات فقط چیزهایی رو می نویسیم که مطمئنیم مثلاً در شکل بالا نمی توانیم درباره زاویه ها نظر بدهیم.

۵- در مستطیل ABCD می‌خواهیم ثابت کنیم قطرهای با یکدیگر برابرند کدام گزینه جزء فرض به حساب نمی‌آید.



$$AB = DC \quad (۲)$$

$$AD = BC \quad (۱)$$

$$\hat{A}DC = \hat{B}CD = ۹۰ \quad (۴)$$

$$\hat{A}CB = \hat{B}DA \quad (۳)$$

برای نوشتن فرض مسأله باید بدیهیات شکل را ببینیم خواص اصلی شکل! و حتماً مثلث‌ها را طوری انتخاب کنیم که حکم به طور کامل در شکل‌ها وجود داشته باشد! الان در سوال دربارهٔ قطرهای سوال پرسیده است پس باید مثلث‌ها انتخابی شامل قطرهای باشد.

می‌دانیم در مستطیل (شکل اصلی) ضلع‌های رو به رو برابر است.

زاویه‌هایی که به طور کامل در مثلث قرار می‌گیرند ۹۰ اما دربارهٔ زاویه‌هایی که یک قسمت آنها در شکل است نمی‌توانیم نظر بدهیم!

پس گزینهٔ «۳» جزء فرض نمی‌باشد.

- در برخی از موارد نیاز است که اصطکاک را کاهش و برخی موارد اصطکاک افزایش پیدا کند.

با وارد کردن نیرو به یک جسم، به شکل های مختلفی می تواند اثر کند:

۱- شروع به حرکت کردن

۲- توقف

۳- کم یا زیاد شدن اندازه سرعت

۴- تغییر جهت سرعت

۵- تغییر شکل جسم

- نیرو اثر متقابل بین دو جسم است پس در به وجود آمدن نیرو، همواره دو جسم مشارکت دارند ولی ممکن است این دود جسم در تماس با هم نباشند.

نیروهای متوازن:

اگر بر جسمی چند نیرو به طور همزمان اثر کند و این نیروها همدیگر را خنثی کند، می گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن است.

در حالتی که نیروهای وارد بر جسم متوازن باشد، بر آیند این نیروها صفر است.

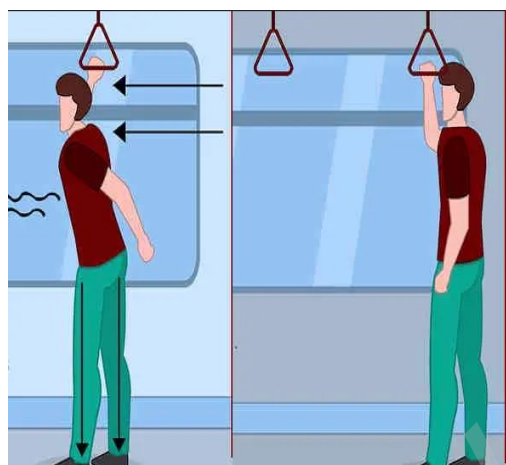


در شکل مقابل، انواعی از نیروها قابل مشاهده است تا زمانی که هواپیما با سرعت ثابت (اندازه و جهت) حرکت می کند، این نیروها یکدیگر را خنثی می کند. به این صورت که نیروهای بالابری و وزن یکدیگر را و

نیروی پشیران و مقاومت هوا یکدیگر را خنثی می کند.

قانون اول نیوتن:

- یک جسم حالت ساکن یا حرکت یکنواخت بر روی خط راست خود را حفظ می کند، مگر اینکه تحت تاثیر نیرو یا نیروهای مجبور به تغییر حالت آن شوند. به این حالت قانون اول نیوتن گفته می شود.
- پس طبق قانون اول نیوتن جسم ساکن، ساکن می ماند و جسم در حالت حرکت، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد.



یکی از مهم ترین مثال های قانون اول نیوتن مربوط به نشستن درون ماشین است. در زمانی که ماشین با سرعت ثابت در حال حرکت است و ناگهان ترمز رخ می کند، ما همچنان در حال حرکت به روی جلو هستیم و این ترمز باعث می شود ما همچنان به سمت جلو حرکت کنیم. این پدیده بر اساس قانون اول نیوتن می باشد.

قانون دوم نیوتن:

اگر در جسمی توازن نیروها به هم بخورد، یعنی نیروهایی که بر آن اثر می گذارند همدیگر را خنثی نکنند، آنگاه نیروی خالصی بر جسم اثر می کند و جسم ساکن شروع به حرکت می کند یا اگر در حال حرکت باشد، تغییری در حرکت آن ایجاد خواهد شد.

نیروی خالص وارد بر هر جسمی باعث تغییر سرعت آن می شود، پس نیرو باعث ایجاد شتاب می شود.

اگر بر جسمی نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تاثیر آن نیرو شتاب می گیرد که این شتاب، نسبت مستقیم با آن نیروی خالص دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارونه دارد که به این تعریف قانون دوم نیوتن گفته می شود.

طبق فرمول اگر اندازه نیروی خالص را بر جرم جسم تقسیم کنیم، اندازه شتاب به دست می آید.

در این رابطه یکای نیرو نیوتن، یکای جرم کیلوگرم و یکای شتاب، متر بر مربع ثانیه یا همان نیوتن بر کیلوگرم است.

فرمول مربوط به قانون دوم نیوتن بر اساس رابطه زیر می باشد. در این نوع فرمول ها

بیان ساده

قانون دوم نیوتون

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

در مسائل همیشه دو موضوع در مساله ذکر می شود و یک موضوع خواه

پس هم جرم، هم نیرو و هم شتاب با وجود دو کمیت دیگر قابل محاسبه

وزن:

- نیروی گرانشی (جاذبه ای) است که از طرف زمین بر جسم وارد می شود.
- یکای اندازه گیری آن نیوتن و وسیله اندازه گیری آن نیروسنج است.
- بر اساس قانون دوم نیوتن، وزن برابر حاصلضرب جرم جسم در شتاب جاذبه ای زمین می باشد که از مقاومت هوا صرف نظر شده است.
- شتاب جاذبه ای در سطح زمین حدود ۹/۸ متر بر مربع ثانیه است که برای سادگی ۱۰ متر بر مربع ثانیه در نظر گرفته می شود.

قانون سوم نیوتن:

- هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم اندازه ولی در خلاف جهت وارد می کند. این موضوع قانون سوم نیوتن است.
- ما به نیروی جسم اول نیروی کنش و به نیروی جسم دوم واکنش می گوئیم. پس نیروهای کنش و واکنش هم اندازه ولی خلاف جهت هم هستند.
- نیروهای کنش و واکنش همیشه همراه هم (همزمان) ظاهر می شوند و هیچ یک بدون دیگری نمی تواند وجود داشته باشد.

مثال هایی از نیروی کنش و واکنش:

- ۱- قطب های همنام یا غیر همنام آهن ربا به هم نیرو وارد می کنند و نیروی کنش و واکنش دارند.
- ۲- بارهای مثبت و منفی اجسام دارای بار الکتریکی نیز نیروی کنش و واکنش هستند.
- ۳- نیرویی که ما به دیوار وارد میکنیم و نیروی واکنشی که دیوار به ما نیرو وارد می کند.
- ۴- حرکت شناگر یا قایقران در آب که نیروی کنش و واکنش فرد یا پارو و آب می باشد.



نیروی عمودی سطح:

- در زمانی که جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن است، قاعدتا باید نیرویی هم اندازه نیروی وزن وجود داشته باشد تا نیروی وزن را خنثی کند و جسم به سمت پایین کشیده نشود. به این نیرو، نیروی عمودی سطح یا نیروی عمودی تکیه گاه گفته می شود.
- اندازه نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی وزن باید هم اندازه باشد تا بر آیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد.
- هرچه جسم سنگین تر باشد، نیروی عمودی تکیه گاه بیشتر است.

نیروی اصطکاک:

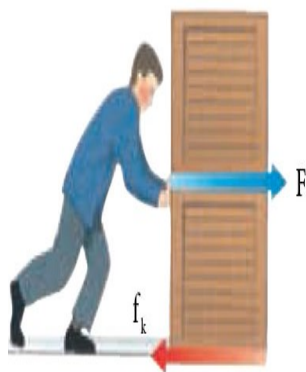
- نیرویی که بر خلاف جهت حرکت جسم از طرف سطح زمین بر جسم وارد می شود، نیروی اصطکاک نام دارد.
- نیروی اصطکاک بین دو جسم به جنس سطح های در تماس با هم دو جسم بستگی دارد.
- صخره نوردان به دنبال افزایش اصطکاک بین خود و صخره هستند تا سر نخورد اما بر عکس آن ها اسکی بازان به دنبال کاهش اصطکاک بین چوب اسکی و برف هستند تا سر بخوردند و بتوانند حرکت کنند.
- نیروی اصطکاک بین دو جسم به دلیل ناهمواری هایی هست که در سطح تماس بین دو جسم وجود دارد.
- هر چه دو جسمی بیشتر روی هم فشرده شوند، ناهمواری های سطح آن ها بیشتر در هم فرو رفته و باعث می شود نیروی اصطکاک افزایش پیدا کند.
- نیروی اصطکاک به دو صورت ایستایی و جنبشی محاسبه می شود.

نیروی اصطکاک ایستایی:

اگر جسم سنگینی را روی زمین هل دهیم ولی حرکت نکند، نیروی اصطکاک که در سطح افقی بر خلاف جهت نیرو بر ما وارد می شود و مانع حرکت جسم می شود، نیروی اصطکاک ایستایی است.

نیروی اصطکاک جنبشی:

اگر جسمی در حال حرکت باشد، نیروی اصطکاک وجود دارد که باعث کاهش سرعت جسم یا توقف حرکت جسم می شود. این نوع نیروی اصطکاک که در نهایت می تواند باعث توقف حرکت جسم شود، نیروی اصطکاک جنبشی می گویند.



در این تصویر فردی در حال حرکت دادن جعبه ای می باشد. به این صورت که اگر جعبه در حال حرکت باشد نوع اصطکاک جنبشی می باشد ولی اگر جعبه در حال حرکت نباشد، نوع اصطکاک ایستایی می باشد.

سوالات:

۱- هر مورد زیر از کدام یک از قوانین نیوتن پیروی می کند؟

الف) دست علی به شدت به پایه میز برخورد کرده و درد می گیرد.

پاسخ: قانون سوم نیوتن

ب) به یک نیروی معین، هر چه قدر جرم اتومبیل کم باشد، شتاب بیشتری می گیرد.

پاسخ: قانون دوم نیوتن

۲- در متن زیر دو غلط علمی وجود دارد. آن ها را پیدا کرده و شکل درست آن را بنویسید.

(طبق قانون سوم نیوتن، هر گاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم اول نیرویی بیشتر و در همان جهت به جسم وارد می کند.)

پاسخ: نیروی برابر - خلاف جهت

۳- کدام عامل بر نیروی اصطکاک، تاثیر چندانی ندارد؟

الف) جنس سطوح ب) مساحت سطوح پ) جرم جسم
ت) زبری سطوح

پاسخ: گزینه پ - جرم در اصطکاک تاثیر خاصی ندارد.

۴- واحد یا یکای اندازه گیری نیوتن بر کیلوگرم برای اندازه گیری کدام کمیت به کار می رود؟

الف) مسافت پیموده شده ب) سرعت پ) تندی ت) شتاب

پاسخ: گزینه ت - شتاب

۵- درستی یا نادرستی جمله زیر را مشخص کنید.

برآیند نیروی کنش و واکنش صفر است.

پاسخ: درست

۶- شخصی با نیروی ۵۰۰ نیوتون اتومبیلی را هل میدهد. اگر نیروی اصطکاک ۳۸۰ نیوتون و شتاب حرکت اتومبیل یک دهم متر بر مجذور ثانیه باشد جرم اتومبیل را حساب کنید.

پاسخ: نیروی خالص برابر ۵۰۰ منهای ۳۸۰ نیوتون که برابر ۱۲۰ نیوتون است.

$$F = ma \longrightarrow 120 = m \times 0.1 \longrightarrow m = 1200 \text{ Kg}$$

۷- محمد ۹۵۰۰ گرم سیب خرید.

الف) وزن آن را روی سطح زمین حساب کنید.

پاسخ: وزن = ۹۵۰۰ گرم $\times 9/8$ متر بر مجذور ثانیه

وزن = ۹۳۱۰۰ نیوتن

ب) وزن آن در کره ماه چقدر است؟ (شتاب جاذبه ای در کره ماه $1/62$ متر بر مجذور ثانیه است.)

پاسخ: وزن = ۹۵۰۰ گرم $\times 1/62$ متر بر مجذور ثانیه

وزن = ۱۵۳۹۰ نیوتن

ج) وزن سیب در کره مریخ چقدر است؟ (شتاب گرانشی در مریخ $3/71$ متر بر
مجدور ثانیه است)

جواب: وزن = $9500 \text{ گرم} \times 3/71$ متر بر مجدور ثانیه

وزن = 35415 نیوتن